COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 JUIN 1841.

PRÉSIDENCE DE M. SERRES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. Arago, à l'occasion du procès-verbal de la précédente séance, propose qu'une copie du rapport qui a été fait sur les diverses communications concernant l'emploi de la méthode de Marsh dans les recherches de médecine légale, soit transmise à M. *le Garde des Sceaux*.

Cette proposition est mise aux voix et adoptée.

PHYSIQUE. — *Sur l'influence de l'état lamellaire dans les phénomènes de polarisation et de double réfraction produits par divers corps cristallisés; par* M. Biot.

« Voulant, dans ce qui va suivre, séparer et classer différents ordres de faits, qui me paraissent n'avoir pas été, jusqu'ici, suffisamment distingués les uns des autres, je commencerai par les définir isolément dans des termes précis, pour n'avoir plus ensuite qu'à les signaler, dans les applications, par les caractères qui leur sont propres.

» La minéralogie physique considère les corps continûment cristallisés, comme l'agrégation, réelle ou idéale, d'une infinité de particules solides

de dimension insensible, ayant pour chaque substance chimique, composée ou simple, une configuration spéciale; et apposées les unes aux autres, à égales distances, de manière que leurs faces homologues soient toutes parallèles entre elles. Ces solides élémentaires ont-ils réellement la configuration qu'on leur suppose? ou n'exprimeraient-ils que la distribution résultante des forces attractives, exercées par les particules constituantes véritables? Nous l'ignorons; mais avec cette réserve dubitative, leur conception peut toujours être substituée aux réalités. Haüy les a nommés *les formes primitives* des cristaux de chaque substance, ou de chaque combinaison cristallisable. Peut-être serait-il plus exact de les nommer *formes génératrices*. Car le caractère spécial qu'on y attache, c'est que leur seule apposition, régulièrement étendue, en directions diverses, reproduit pour nos sens, toutes les variétés de configuration des cristaux d'une même substance; parce que la petitesse des solides élémentaires rend inappréciables les dentelures des surfaces qui limitent les solides agrégés; et les assimile ainsi aux faces, en apparence planes, des polyèdres cristallins. Dans ces termes d'approximation, si l'on voulait seulement obtenir une représentation géométrique et externe de ces polyèdres, on pourrait les construire tous avec une même forme génératrice quelconque. Car leur configuration extérieure étant assignée, on trouverait toujours un mode d'apposition des solides élémentaires qui les imiterait. Mais, dans une pareille hypothèse d'uniformité, les lois de cette construction se trouveraient presque toujours excessivement complexes; et, en outre, les conditions purement géométriques qui placeraient les solides élémentaires dans leurs situations relatives, ne présenteraient généralement aucun indice d'une cause physique, qui pût, avec vraisemblance, les y amener d'eux-mêmes, ou les y maintenir agrégés, comme nous voyons que cela a lieu dans l'acte de la cristallisation. Il est donc infiniment plus convenable, sous ces deux rapports, de choisir, pour chaque substance, une forme génératrice telle que les formes résultantes observées s'en déduisent par un mode d'apposition que leur constitution physique décèle, ou rende au moins vraisemblable; et qui, appliqué aux solides élémentaires, puisse, par sa concordance avec leurs sens d'attractions mutuelles, justifier, sinon démontrer, la spontanéité, la symétrie, ainsi que la permanence de leur arrangement. Or, ces conditions favorables de choix sont indiquées, dans un très grand nombre de cas, par les relations de position que présentent les faces polyédriques des cristaux de chaque substance; comme aussi par les directions constantes de clivage suivant lesquelles les diverses portions de leur masse peuvent être plus

ou moins aisément séparées par des sections planes. En profitant de tous ces indices, avec une sagacité à laquelle on ne rend peut-être pas aujourd'hui assez de justice, Haüy a trouvé pour toutes les substances observées à l'état de cristal, des formes génératrices bornées à cinq polyèdres des plus simples de la géométrie; et, en décomposant ces cinq formes, pour la facilité du calcul, en trois polyèdres plus simples encore, il est parvenu à reproduire avec ceux-ci toutes les variétés des cristaux les plus complexes, par des lois d'apposition dont l'expression est toujours restreinte aux seuls premiers termes de la série des nombres entiers ou à leurs rapports, ce qui offre une analogie singulière, et peut-être très profonde, avec la simplicité numérique des proportions pondérales, suivant lesquelles s'opèrent les combinaisons chimiques les mieux définies.

» Je n'ignore pas que, depuis la mort de Haüy, les principes de sa méthode cristallographique ont été fort abandonnés. Au lieu de chercher, comme lui, à *deviner* les formes génératrices, par une décomposition matérielle plus ou moins réalisable de chaque cristal, pour en dériver les formes complexes, par des lois spéciales d'apposition appelées *décroissements*, on a pris une marche absolument inverse. On a défini les cristaux par les seules conditions de direction, et de situation relatives, que présentent leurs faces externes, prolongées idéalement jusqu'à leurs intersections communes sur certaines droites appelées *axes*. Cette construction, appliquée à tous les cristaux connus, a fait voir que les faces ainsi prolongées, étant classées d'après leurs analogies géométriques, vont toujours se composer en un petit nombre de polyèdres types, qui se définissent par les inclinaisons mutuelles de leurs axes, et par les rapports des longueurs comprises sur ces axes entre les intersections des faces prolongées qui les constituent. Alors un cristal complexe étant donné, on n'a besoin que d'observer les positions relatives, et les inclinaisons mutuelles des surfaces qui le terminent. Avec ces éléments, et l'emploi des conditions de symétrie pour le compléter idéalement si cela est nécessaire, le calcul analytique fait connaître les faces qui, étant prolongées, vont se rapporter à un même type, ainsi que les types divers que le cristal rassemble; lesquels se rattachent, les uns aux autres, par la condition que les longueurs de leurs axes analogues doivent toujours être entre elles dans des rapports rationnels, et généralement simples. L'ensemble de ces résultats donne évidemment la définition descriptive du cristal proposé. Cette méthode, née en Allemagne, est aujourd'hui presque généralement adoptée en France par les jeunes cristallographes. Elle est d'une application directe; et, ne con-

sidérant les cristaux que par leurs formes extérieures, elle emploie pour données les seuls éléments qui, dans beaucoup de cas, y soient effectivement observables. Mais, par cela même, elle ne fournit aucune lumière sur la constitution intestine de chaque cristal, non plus que sur son mode mécanique de formation. Or ici, comme dans l'étude de tout autre produit naturel, ce mécanisme est précisément le point le plus essentiel à découvrir, parce qu'il dépend des actions moléculaires, qui de toutes parts s'offrent aujourd'hui à nos recherches comme le grand mystère qu'il nous importe de pénétrer. C'est pourquoi, après avoir trouvé la définition descriptive d'un cristal par la méthode allemande, si on la juge actuellement la plus commode pour cet usage, il faudrait toujours compléter ses indications extérieures par une étude de la constitution intestine, fondée sur tous les procédés d'exploration que la physique et la mécanique peuvent fournir. Sans aucun doute, un esprit intelligent, et persévérant, qui entreprendrait cette tâche, serait conduit à d'importantes découvertes. Mais, en l'omettant, comme cela n'est aujourd'hui que trop ordinaire, il est bien à craindre que l'on ne prenne la superficie pour le fond des choses. Telle est, au reste, la conséquence ordinaire des méthodes scientifiques qui sont devenues dominantes pendant un temps. D'autres les remplacent qui le sont à leur tour; jusqu'à ce qu'une heureuse alliance vienne les faire concourir au but commun. Mais cette réunion n'est jamais opérée par les premiers inventeurs, qui sont toujours exclusifs, ni par leurs premiers disciples, chez qui la confiance prévient l'examen. Il faut que plusieurs générations se succèdent avant qu'on revienne à cette règle de bon sens si simple, que, pour étudier les ouvrages de la nature, notre faible intelligence n'a pas trop de tous les secours qu'elle peut rassembler.

» Pour le but que j'ai ici en vue, je n'ai pas besoin d'examiner la connexion plus ou moins certaine qui peut exister entre la représentation artificielle des cristaux par les formes génératrices, et leur constitution physique véritable. L'uniformité de cette constitution, dans toute la masse de chaque cristal continûment construit, est le seul caractère que je veuille leur attribuer. Or elle est rigoureusement établie par le fait suivant, qui en est l'expression la plus générale. Si, dans un cristal constitué continûment, on isole un solide de dimension sensible et de configuration quelconque, tous les solides pareils, et parallèles à celui-là, que l'on pourra extraire de la masse du cristal, seront identiques physiquement et chimiquement. Si l'un d'eux agit sur la lumière polarisée suivant certaines lois, s'il exerce la réfraction simple ou la réfraction double, soit attractive, soit répulsive, à un ou

à deux axes, tous les solides pareils et parallèlement configurés, posséderont, suivant toutes les directions homologues, des propriétés semblables, auxquelles j'attacherai désormais l'épithète de *moléculaires*, pour exprimer qu'elles appartiennent généralement au système des particules constituantes du cristal, dans leur état actuel d'agrégation régulièrement continué. Cette uniformité de construction n'est pas toujours maintenue dans tout l'intérieur des masses cristallines; elle l'est même rarement; et par ce motif on peut dire, avec Wollaston, qu'il n'y a de cristaux continus que dans l'infiniment petit physique. Quelquefois le changement se manifeste d'une manière brusque, entre certaines parties de la masse ayant des dimensions sensibles, et qui, considérées individuellement, présentent un mode d'agrégation pareil en des sens distincts. Alors la masse est composée de cristaux de même nature qui se sont accolés ou pénétrés mutuellement; et l'on peut appliquer à chacun d'eux les mêmes définitions moléculaires. C'est le cas des cristaux agrégés ou maclés. On rencontre aussi des masses cristallines, où cette association en des sens divers, varie avec tant de discontinuité, qu'on peut à peine discerner l'état individuel de leur parties sensibles; alors, le système total est dit cristallisé confusément. Mais les propriétés individuelles, ou moléculaires, se retrouvent dans les plus petits fragments, réduits, s'il le faut, à des dimensions microscopiques; et, du moins, leur existence isolée y est toujours supposable; car on les rend sensibles, ou on les fait renaître, quand on peut dissoudre la masse totale, et la soumettre à une nouvelle cristallisation opérée avec lenteur.

» Outre ces propriétés moléculaires, ainsi définies par la nature et la constance de leurs lois, les masses cristallines en possèdent quelquefois d'autres propres à leur ensemble et qui y sont accidentelles; telles par exemple qu'en occasionnerait un état général et forcé de compression ou d'expansion, qui persisterait à s'y maintenir. Un pareil état produit sur la lumière polarisée des effets qui peuvent s'associer à la réfraction moléculaire simple ou double, comme aussi ils peuvent exister sans cette dernière. Mais on les reconnaît à leurs lois propres; et l'on discerne ainsi la part qu'on doit leur attribuer dans les effets résultants.

» Enfin, les solides élémentaires d'une masse cristalline, en restant toujours parallèles les uns aux autres, peuvent occasionnellement s'agréger en lames planes, continues, superposées d'une manière plus ou moins intime; quelquefois distinctes pour nos sens, d'autres fois seulement pour la lumière polarisée, qui se modifie en traversant leurs interstices. Cette disposition lamellaire se manifeste avec évidence dans les cristaux d'alun qui contien-

nent de l'ammoniaque. J'ai récemment exposé les principales lois physiques des effets qu'elle y produit sur la lumière polarisée, lois dont la spécification est alors facilitée, parce qu'elles se trouvent associées à la réfraction simple. Mais la même disposition lamellaire, et les mêmes effets, peuvent aussi être associés à la double réfraction moléculaire, dont ils modifient les caractères propres, comme j'en rapporterai bientôt des exemples. Il faut donc alors les distinguer de cette réfraction par la dissemblance de leurs lois, pour apprécier avec justesse les particularités des phénomènes qui appartiennent à la constitution moléculaire du cristal, et celles qui résultent de l'état lamellaire considéré abstractivement de cette constitution.

» Les phénomènes de polarisation, et de réfraction simple ou double, observés dans tous les corps cristallisés, où cet état lamellaire n'exerce pas d'action sensible, avaient donné à la minéralogie une relation bien précieuse entre les formes primitives des cristaux et leur action sur la lumière. Selon cette règle, les corps cristallisés exercent la réfraction simple, ou la double réfraction moléculaire, soit à un axe, soit à deux axes, selon que leur forme primitive est symétrique autour d'un point, d'une droite, ou d'un plan. Seulement, dans ce dernier cas, la symétrie de position du plan peut exister pour le solide même, adopté comme forme primitive ou pour un de ses dérivés cristallographiques; et les deux axes sont dirigés dans leur plan de manière à faire des angles égaux avec les faces du solide simple ou complexe. Personne n'a donné plus d'éléments que le docteur Brewster, pour établir cette loi; et personne aussi n'en a donné autant qui semblent l'infirmer.

» Dans un mémoire, inséré aux *Transactions philosophiques d'Edimbourg* pour l'année 1816, le docteur Brewster annonça que le muriate de soude cristallisé, le diamant, le spath-fluor, se rencontrent dans la nature sous trois états divers: tantôt n'exerçant que la réfraction simple, tantôt la double réfraction, soit attractive, soit répulsive; ces trois états pouvant même coexister, et se succéder par alternatives, dans les diverses parties d'une même masse. Cette conséquence lui parut résulter des modifications qu'il avait vu éprouver à la lumière polarisée en traversant divers cristaux des substances que je viens de nommer. Il en inféra généralement que les substances dont la forme primitive est un octaèdre régulier ou un cube, composent une classe spéciale de corps qu'une modification occasionnelle des solides élémentaires peut mettre successivement dans des conditions physiques aussi dissemblables. Après avoir décrit les effets très faibles opérés ainsi par le spath-fluor, où les plans des axes de double réfraction

lui ont semblé être parallèles aux faces des cubes, comme dans le sel gemme, il ajoute, sans autre détail, *qu'il a vu des phénomènes semblables opérés par de gros morceaux transparents d'alun.* La brièveté de cette indication de fait, jointe à l'assimilation qu'elle exprime, rend très présumable que le hasard n'offrit alors à l'observation du docteur Brewster que des cristaux d'alun différents de ceux de nos fabriques, où l'ammoniaque entre comme élément. Car ceux-ci produisent des effets si intenses, surtout quand leur volume est un peu considérable, qu'il n'aurait par manqué d'en être frappé, et d'en chercher les lois, fort différentes de celles qu'il énonce (1).

» Trois ans plus tard, dans un Mémoire inséré au tome I[er] du *Journal philosophique d'Édimbourg*, page 1, le docteur Brewster annonça que le minéral connu sous le nom d'*apophyllite* pouvait affecter trois formes cristallines différentes : la première exerçant la double réfraction à un axe, la seconde à deux axes, et la troisième offrant un mode d'agrégation régulièrement complexe, où ces deux sortes de double réfraction se montraient associées en diverses parties de la masse totale. Il reprit ce sujet dans un Mémoire plus étendu, inséré aux *Transactions de la Société royale d'Édimbourg* pour 1823, page 317. La générosité de ses amis scientifiques ayant mis à sa disposition plusieurs centaines de cristaux d'apophyllite, tant incomplets que complets, présentant toutes les variétés possibles de forme, et provenant de toutes les localités où ce minéral se trouve, il leur appliqua de nouveaux procédés d'observation, même microscopiques. Non-seulement il retrouva ainsi les premiers phénomènes qu'il avait découverts; mais les cristaux complets et limpides qu'il pouvait étudier dans tous les sens, lui en présentèrent d'autres bien plus extraor-

---

(1) Pour éviter tout malentendu, voici la phrase textuelle du docteur Brewster : « *Similar phenomena were exhibited in large pieces of transparent alum* » (page 4). Il désigne le sens des effets, dans les trois substances, en disant (page 5) « que les axes neutres coïncident avec les faces des cubes, et les axes dépolarisants avec leurs diagonales. » Or, ce que le docteur Brewster appelle axes neutres, répond à ce que nous appelons en France la section principale du cristal. Car, dans son Mémoire sur la dépolarisation de la lumière par transmission, inséré aux *Transactions philosophiques de la Société royale de Londres* pour 1815, page 3, il dit comme exemple : « Dans le mica (probablement celui de Sibérie) les axes neutres coïncident avec les diagonales de sa base rhomboïdale primitive ; dans le spath calcaire, les axes neutres coïncident avec les diagonales de ses faces rhomboïdales, et les axes dépolarisants sont parallèles aux côtés de ces mêmes faces. » J'ai traduit ces indications par les dénominations correspondantes que nous employons.

dinaires encore, qu'il a décrits et figurés avec toutes leurs particularités. Ses conclusions furent donc en partie les mêmes que dans son premier travail, c'est-à-dire qu'il y a des variétés d'apophyllite à un axe, à deux axes, et d'autres en forme de tesselite. Mais, parmi celles-ci, il en distingua une si complexe, qu'elle lui sembla constituée par des formes inconnues en cristallographie, desquelles la plus grande liberté d'imagination ne suffisait pas pour rendre compte. Ici, comme dans les Mémoires de 1816 et de 1819, le nombre ainsi que la situation des axes n'étaient pas établis sur des duplications d'images effectivement observées, mais sur les modifications éprouvées par la lumière polarisée lorsqu'elle traversait les cristaux suivant différentes directions sans éprouver de dédoublement rectiligne sensible.

» L'annonce de ces résultats dut faire une grande sensation parmi les minéralogistes, qui trouvaient pour la forme primitive du sel gemme un cube, pour celle du spath-fluor et de l'alun un octaèdre régulier, et pour celle de l'apophyllite un prisme droit à base carrée. Car, ne pouvant leur attribuer aucune autre forme sans violer les règles les plus constantes de la cristallographie, ils devaient supposer qu'on observerait toujours et uniquement dans les trois premières substances la réfraction simple, et dans la quatrième la double réfraction à un seul axe dirigé suivant l'axe du prisme constituant; propriétés toutes différentes de celles que le célèbre physicien d'Écosse venait d'y découvrir.

» Enfin, dans les *Transactions philosophiques d'Édimbourg* pour 1824, page 187, le docteur Brewster publia un remarquable Mémoire sur l'*analcyme*, où il annonça que ce minéral, dont la molécule intégrante était considérée comme cubique, non-seulement agissait sur la lumière polarisée, mais opérait même une double réfraction réelle et observable sur la lumière naturelle qui le traversait suivant certaines directions qu'il assigna. Ce dernier phénomène parut donc encore renverser, d'une manière plus décisive et plus évidente, les relations jusque alors admises entre la forme des solides élémentaires et l'existence de la double réfraction; car les principes de la cristallographie se refusent absolument à leur attribuer, dans l'analcyme, une configuration dissymétrique. Néanmoins, en étudiant le travail du docteur Brewster, les cristallographes auraient pu remarquer qu'il assigne à cette double réfraction de l'analcyme des caractères particuliers de développement, qui la distinguent de la double réfraction moléculaire habituelle à un ou à deux axes; en ce qu'elle ne s'exerce pas également, comme celle-ci, autour d'une ou de deux droites, menées en chaque point du cristal suivant

des directions parallèles entre elles, mais qu'elle semble se rapporter à certains plans fixes et localement déterminés dans la masse totale, distinction que le docteur Brewster a lui-même judicieusement signalée. Il restait donc à examiner si de tels phénomènes, appartenant au cristal entier comme masse, étaient réellement liés à la configuration des solides élémentaires; ou s'ils ne provenaient pas plutôt de quelque action physique résultante d'un mode d'agrégation, régulier aussi mais non individuel, qui serait établi entre des assemblages complexes de ces mêmes solides, suivant des sens fixes mais divers, en différents points du cristal total. Il ne paraît pas que les minéralogistes aient eu cette pensée; et s'ils l'avaient eue, l'excessive rareté des cristaux d'analcyme réguliers et limpides, jointe à leur petitesse habituelle, ne leur aurait pas permis d'en suivre le développement par l'expérience, avec une certitude suffisante pour les rassurer. Il fallait donc attendre qu'un hasard heureux nous montrât l'existence d'une action semblable, ou analogue, dans des cristaux d'une nature assez commune et d'un volume assez considérable, pour que l'on pût constater aisément les lois suivant lesquelles elle s'exerce, en les coupant et les observant dans toutes sortes de directions. Ces conditions se trouvent réunies dans l'alun ammoniacal. Aidé de ce secours, j'espère pouvoir dissiper les doutes des cristallographes pour les divers cas que j'ai plus haut rappelés, et rétablir la réalité des relations qu'ils avaient admises entre la forme primitive et l'existence de la double réfraction moléculaire telle que je l'ai définie. Mais je ne le ferai pas sans avoir rendu auparavant un complet hommage aux beaux travaux du docteur Brewster sur le même sujet. Je ne partage pas les sentiments de ces esprits légers ou jaloux, qui, lorsque le temps a dévoilé de nouveaux phénomènes, ou lorsque des conceptions plus générales ont remplacé des indications qui avaient d'abord paru suffisantes, se plaisent à rabaisser les services des premiers inventeurs, en élevant l'édifice de leur dédain sur ces progrès mêmes, auxquels souvent ils n'ont pas contribué. Il est maintenant bien plus facile d'analyser et de classer des phénomènes de polarisation, ou de double réfraction, qu'il ne l'était il y a vingt ans ou vingt-cinq ans, lorsque le docteur Brewster publia les divers Mémoires dont j'ai rappelé plus haut les résultats. On connaît aujourd'hui exactement les lois et les caractères distinctifs des deux sortes de double réfraction, à un ou à deux axes, que l'on peut appeler *moléculaires*, parce qu'elles sont exercées avec une énergie égale, et dans les mêmes sens, par les plus petites agrégations sensibles des solides élémentaires qui composent les corps cristallisés doués de ce pouvoir. On sait

comment elles développent des phénomènes de coloration dans la lumière polarisée, par quelles intermittences périodiques elles agissent, et quel sens de polarisation apparente ou réelle leur action imprime aux rayons transmis. On a reconnu que la simple compression, ou l'expansion, artificiellement opérées, dans des corps cristallisés ou non cristallisés, peuvent y développer une double réfraction accidentelle, suivant des sens prévus. On sait que plusieurs autres causes, par exemple la réfraction simple associée à la réflexion totale et peut-être partielle, développent dans la lumière polarisée des effets intermittents qui modifient les couleurs des lames minces douées de la double réfraction moléculaire. On a trouvé aussi que la superposition naturelle des lames cristallines imprime à la lumière polarisée qui traverse leurs interstices, des propriétés intermittentes, d'où résultent des phénomènes de coloration analogues aux précédents, et aptes à les modifier par leur association. Probablement, beaucoup d'autres circonstances qui nous sont encore inconnues peuvent déterminer des effets semblables, au moins pour nos sens; et l'on ne saura les distinguer que par leurs lois propres. Mais déjà, celles de ces lois que nous possédons, étant appliquées aux résultats antérieurs à leur découverte, serviront utilement pour analyser les causes complexes qui ont concouru à les produire. J'espère qu'elles suffiront, dès aujourd'hui, pour rétablir entre la réfraction moléculaire double ou simple, et les formes primitives des cristaux, ces belles relations que l'on avait d'abord admises, et que l'observation ultérieure de phénomènes complexes pouvait paraître infirmer. Je vais donc, dans cette intention, reprendre successivement l'étude des corps cristallisés où ces phénomènes se produisent. »

M. Dufrénoy fait à la suite de cette lecture les observations suivantes :

« Le Mémoire de M. Biot fait disparaître une anomalie signalée par M. Brewster dans les lois qui existent entre la forme cristalline des minéraux et leurs propriétés optiques. Mais outre cet intérêt puissant, il nous en présente un autre, c'est d'avoir rappelé les grands travaux de Haüy. Seulement M. Biot a été timide dans la justice qu'il a rendue au fondateur de la cristallographie; il semble croire, comme on s'est plu à le répéter depuis une quinzaine d'années, qu'il existe deux systèmes de cristallographie, celui de Haüy et celui des minéralogistes allemands: la parole de M. Biot jouit d'une si juste autorité, que je crois utile de relever ce que son assertion a de trop absolu. Les principes cristallographiques posés par Haüy non-seulement subsistent toujours, mais ils sont encore presque les seuls

qui servent de base à la science qu'il a créée; depuis ses travaux on a ajouté quelques considérations intéressantes à l'étude des cristaux, mais on a constamment adopté ses idées, en modifiant, il est vrai, soit la manière de les présenter, soit les dénominations qu'il avait admises. En effet, aux *six formes primitives* dont dérivent tous les cristaux naturels et artificiels, on a substitué *six types cristallins* qui y correspondent exactement.

» La loi de symétrie des cristaux qui consiste dans la position identique des faces analogues a été conservée dans son entier.

» La relation des faces secondaires et des faces primitives, ou des types cristallins, relation qui a une certaine analogie avec les lois qui président aux combinaisons de l'oxigène et des bases, est encore presque toujours vraie. Quelques personnes n'admettent plus la considération des décroissements, c'est-à-dire la formation des formes secondaires par l'application de lames successives composées de petits cristaux élémentaires analogues à la forme primitive. Cette idée ingénieuse rend peut-être encore plus raison du phénomène inconnu de la cristallisation que toute autre; mais elle sert en outre à Haüy de moyen pour déterminer la position des faces les unes par rapport aux autres. Les minéralogistes allemands, au lieu de définir les faces par cette méthode, indiquent les points où elles coupent les axes des cristaux; c'est surtout cette considération des axes qu'on regarde comme nouvelle, et c'est là, suivant beaucoup de personnes, la différence capitale entre le système de Haüy et celui des minéralogistes allemands. Mais on se trompe à cet égard. Haüy, dans plusieurs circonstances, surtout pour toutes les *formes octaédriques,* rapportait les cristaux à leurs axes; et pour les autres formes, s'il n'employait pas le mot même d'*axes,* ces lignes importantes entraient dans la composition de ses figures. Ainsi, pour calculer la loi de décroissement d'un cristal, il construisait un *triangle mesurateur* donné par un plan coupant, passant par l'*axe* de ce cristal et mené perpendiculairement à l'intersection des faces primitive et secondaire dont il voulait déterminer la loi de dérivation. Ce triangle avait pour côtés : 1° l'intersection de la face primitive et du plan coupant; 2° l'intersection de ce même plan et de la face secondaire; 3° l'*axe du cristal.* La résolution de ce triangle donnait à Haüy le nombre de rangées soustraites, et il disait : la face *a* naît sur P par un décroissement de *m* rangées en hauteur sur *n* en largeur. On dit, en se servant des axes, la face *a* coupe l'axe à la longueur $\frac{m}{n}$: on voit qu'il y a presque identité. La méthode de calculer a, il est vrai, changé: Haüy se servait principalement de la géométrie; beaucoup de minéralogistes se ser-

vent de la trigonométrie sphérique. M. Naumann emploie l'analyse appliquée. Ces différentes méthodes de calcul peuvent être plus commodes, mais elles ne constituent pas une différence dans le principe cristallographique; du reste on ne pourrait pas encore les désigner sous le nom de méthodes allemandes: Malus s'est servi de la trigonométrie sphérique, et c'est à M. Lamé qu'est due la première application de l'équation des lignes et des plans aux calculs cristallographiques (1).

» Les relations personnelles que j'ai eu l'honneur d'avoir avec plusieurs des plus célèbres minéralogistes de l'Allemagne me permettent de dire que jamais il n'ont prétendu avoir renversé ou changé le système de cristallographie de Haüy : ils y ont seulement ajouté quelques considérations qui le complètent. Du reste, la détermination d'un grand nombre de minéraux nouveaux, la séparation du feldspath en plusieurs espèces, l'application du calcul atomique à la composition des minéraux, les théories du dimorphisme et de l'isomorphisme sont d'assez beaux titres, pour qu'ils n'aient rien à nous envier. Je crois donc devoir insister sur les travaux de Haüy, et dire que les principes qu'il a posés sont encore aujourd'hui ceux qui servent de base à la minéralogie cristallographique. »

« M. **Biot** remercie M. *Dufrénoy* des observations qu'il vient de lui adresser, et il se félicitera de les voir insérées au *Compte rendu.* Il prie seulement M. Dufrénoy de vouloir bien remarquer que leur position à tous deux est bien différente. Mes expériences, dit M. Biot, ayant pour but de rétablir entre les formes primitives, et la réfraction moléculaire double ou simple, une relation qui avait paru infirmée, j'ai été dans la nécessité de rappeler l'emploi que Haüy assignait à ces formes dans la construction des cristaux; et je ne pouvais le faire sans mentionner aussi la doctrine allemande, qui évite de s'appuyer sur cette construction. J'ai tâché de caractériser, le moins inexactement qu'il m'a été possible, la marche apparente des deux méthodes; mais il ne m'appartenait pas de les juger, au lieu que M. Dufrénoy le peut faire. Si, comme je crois le comprendre, il rattache la seconde méthode à la première, et l'en fait dériver, cette connexion donnera plus de sécurité à l'une et à l'autre, en même temps qu'elle rendra justice au premier inventeur, trop déprécié. Mais je n'avais ni la science, ni l'autorité nécessaires pour établir ces rapports et fixer ces droits. »

---

(1) *Sur une nouvelle manière de calculer les cristaux;* par M. Lamé, ingénieur des Mines (*Annales des Mines*, tome IV, page 64, année 1819).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur la nature et les propriétés des racines d'une équation qui renferme un paramètre variable; par* M. AUG. CAUCHY.

« Les racines d'une équation qui renferme deux variables x, t, et que l'on résout par rapport à la variable x, ou, ce qui revient au même, les racines d'une équation qui renferme, avec l'inconnue x, un paramètre variable t, jouissent de diverses propriétés qu'il importe de bien connaître. L'une de ces propriétés est que ces racines sont généralement des fonctions continues du paramètre variable, en sorte qu'elles varient avec ce paramètre par degrés insensibles. Il en résulte que, si, en vertu de la variation du paramètre, une racine réelle vient à disparaître, elle sera immédiatement remplacée par des racines imaginaires. Cette dernière proposition n'est pas à beaucoup près aussi évidente qu'elle semble l'être au premier abord. Il est d'autant plus nécessaire de la démontrer qu'elle ne subsiste pas sans condition. En effet, puisque la forme de l'équation entre x et t est entièrement arbitraire, rien n'empêche de donner pour racine x à cette équation une fonction discontinue du paramètre t, par exemple, la fonction

$$e^{\frac{1}{t}};$$

et il est clair que, dans ce dernier cas, x variera très sensiblement, en passant d'une valeur très petite à une valeur très grande, si le paramètre t, en demeurant très voisin de zéro, passe du négatif au positif.

» Pour que l'on soit assuré que la racine x, considérée comme fonction du paramètre t, reste continue dans le voisinage d'une valeur particulière attribuée à ce paramètre, il suffit que le premier membre de l'équation donnée reste lui-même fonction continue des deux variables x, t, dans le voisinage de la valeur particulière de t, et de la valeur correspondante de x. C'est ce que je démontre, en m'appuyant sur un théorème que j'ai donné dans un Mémoire présenté à l'Académie de Turin le 27 novembre 1831. De ce théorème, qui détermine, pour une équation algébrique ou transcendante, le nombre des racines réelles ou imaginaires assujéties à des conditions données, je déduis immédiatement la continuité de la fonction de t qui représente la racine x de l'équation donnée entre x et t; et j'en conclus par exemple que, si, cette équation étant réelle, plusieurs

racines réelles égales viennent à disparaître, elles se trouveront généralement remplacées par un pareil nombre de racines imaginaires.

» Le premier paragraphe du présent Mémoire est relatif à des équations entre x et t, de forme quelconque. Dans le second paragraphe je considère des équations d'une forme particulière, savoir, celles qui fournissent immédiatement la valeur de t en fonction de x. Parmi les équations de ce genre, on doit surtout remarquer celles qui donnent pour t une fonction réelle et rationnelle de x. Une semblable équation, résolue par rapport à x, ne peut avoir constamment toutes ses racines réelles, pour une valeur réelle quelconque de t, que sous certaines conditions, dont l'une est que les degrés des deux termes de la fraction rationnelle soient égaux, ou diffèrent entre eux d'une seule unité. Les autres conditions consistent en ce que les deux termes, égalés à zéro, fournissent deux nouvelles équations, dont toutes les racines soient réelles et inégales, et que la suite de toutes ces racines réunies, et rangées d'après leur ordre de grandeur, offre alternativement une racine de l'une des deux nouvelles équations, puis une racine de l'autre. Lorsque ces diverses conditions sont remplies, on peut être assuré non-seulement que l'équation proposée, résolue par rapport à x, a toutes ses racines réelles et inégales pour une valeur quelconque de t, mais encore que chacune de ces racines, pour une valeur croissante de t, est toujours croissante ou toujours décroissante, tant qu'elle reste finie. Quelques propositions établies par M. Richelot (voir le *Journal de M. Crelle*, tome XXI, page 313) se trouvent comprises dans celles que je viens d'énoncer.

ANALYSE.

» Me proposant de publier dans les *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique* le Mémoire dont l'objet vient d'être indiqué, je me bornerai à énoncer ici les principaux théorèmes qui s'y trouvent renfermés, et qui pour la plupart se déduisent les uns des autres, en omettant les démonstrations que l'on retrouvera sans beaucoup de peine, surtout si l'on a égard à l'ordre dans lequel ces théorèmes sont présentés.

§ Ier. *Considérations générales.*

» Dans le premier paragraphe, j'établis successivement les théorèmes suivants.

» 1er *Théorème.* Nommons

$$\tau,\ \xi$$

deux valeurs finies et correspondantes de t et de x, propres à vérifier l'équation

$$F(x, t) = 0, \tag{1}$$

et dans le voisinage desquelles la fonction $F(x, t)$ reste continue par rapport aux variables x, t. Si l'on attribue à la variable t une valeur très peu différente de τ, par conséquent une valeur de la forme

$$t = \tau + i,$$

i désignant un accroissement infiniment petit, positif ou négatif, ou même imaginaire, l'équation (1), résolue par rapport à x, offrira une ou plusieurs racines x très peu différentes de ξ, et dont chacune sera de la forme

$$x = \xi + j,$$

j désignant encore une expression réelle ou imaginaire, infiniment petite, qui convergera en même temps que i vers la limite zéro. De plus, le nombre de ces racines sera précisément le nombre de celles qui se réduiront à ξ dans l'équation

$$F(x, \tau) = 0. \tag{2}$$

» 2e *Théorème.* $F(x, t)$ étant une fonction réelle et déterminée des variables x, t; nommons

$$\xi,\ \tau$$

deux valeurs réelles et finies de x et de t, qui vérifient l'équation

$$F(x, t) = 0,$$

et dans le voisinage desquelles la fonction $F(x, t)$ reste continue. Si τ représente une valeur maximum ou minimum de t, c'est-à-dire si τ est toujours inférieur ou toujours supérieur aux valeurs réelles que t peut acquérir pour des valeurs réelles de x voisines de ξ, l'équation

$$F(x, t) = 0,$$

résolue par rapport à x, offrira des racines imaginaires pour certaines valeurs réelles de t voisines de la valeur τ.

» 3e *Théorème.* Les mêmes choses étant posées que dans le théorème 2, si l'équation

$$F(x, t) = 0,$$

après avoir acquis m racines réelles égales entre elles, pour une certaine valeur réelle τ de la variable t, vient tout-à-coup à perdre ces racines réelles, pour une racine réelle de t, très voisine de τ; celles-ci se trouveveront remplacées par m racines imaginaires.

» 4e *Théorème.* Si l'équation

$$F(x, t) = 0,$$

résolue par rapport à x, a toutes ses racines réelles pour une valeur réelle quelconque de la variable t, cette dernière variable, considérée comme fonction de x, ne pourra jamais acquérir un maximum ou un minimum τ correspondant à une valeur ξ de x tellement choisie que $F(x, t)$ reste fonction continue dans le voisinage des valeurs ξ et τ des variables x et t.

» 5e *Théorème.* $F(x, t)$ désignant une fonction réelle des variables x, t, nommons

$$\xi, \ \tau,$$

deux valeurs réelles de x et de t, propres à vérifier l'équation

$$F(x, t) = 0,$$

et dans le voisinage desquelles la fonction $F(x, t)$ reste continue, avec sa dérivée $\Psi(x, t)$ relative à la variable t. Soit m le nombre de racines égales à ξ dans l'équation

$$F(x, t) = 0,$$

en sorte que le rapport

$$\frac{F(x, \tau)}{(x-\xi)^m}$$

acquière, pour $x = \xi$, une valeur finie différente de zéro; et supposons

que l'on puisse en dire autant de la fonction $\Psi(x, \tau)$. Enfin, nommons θ une racine primitive de l'équation

$$\theta^{2m} = 1,$$

et posons

$$F(x, \tau) = (x - \xi)^m \mathcal{F}(x),$$

$$\Pi(x, i) = -\frac{F(x, \tau + i) - F(x, \tau)}{i\mathcal{F}(x)},$$

i désignant une quantité réelle. L'équation

$$(3) \qquad F(x, \tau + i) = 0$$

offrira, pour de très petites valeurs numériques de i, m racines très peu différentes de ξ, dont chacune vérifiera l'une des m équations de la forme

$$(4) \qquad x - \xi = [i\Pi(x, i)]^{\frac{1}{m}}, \quad x - \xi = \theta^2 [i\Pi(x, i)]^{\frac{1}{m}}, \text{ etc.},$$

si le signe de i est celui de la quantité

$$\Pi(\xi, 0) = -\frac{\Psi(\xi, \tau)}{\mathcal{F}(\xi)},$$

et l'une des m équations de la forme

$$(5) \quad x - \xi = \theta[-i\Pi(x, i)]^{\frac{1}{m}}, \quad x - \xi = \theta^3[-i\Pi(x, i)]^{\frac{1}{m}}, \text{ etc.},$$

si le signe de i est contraire à celui de $\Pi(\xi, 0)$.

» Comme, parmi les équations (4), (5), on trouvera seulement deux équations réelles, qui seront ou deux des équations (4), si le nombre m est pair, ou l'une des équations (4) et l'une des équations (5) si m est impair, on conclura du théorème 5 que, dans l'hypothèse admise, et pour $m > 1$, quelques-unes des valeurs de x, propres à vérifier les formules (4) et (5), deviennent imaginaires. Ajoutons que chacune de ces valeurs de x pourra être immédiatement développée en série par la formule de Lagrange.

» 6e *Théorème*. Les mêmes choses étant posées que dans le théorème 2,

si la valeur ξ de x représente non une racine simple, mais une racine multiple, de l'équation

$$F(x, \tau) = 0,$$

en sorte que, m racines étant égales à ξ, le rapport

$$\frac{F(x, \tau)}{(x - \xi)^m}$$

acquière, pour $x = \xi$, une valeur finie différente de zéro, l'équation

$$F(x, t) = 0,$$

résolue par rapport à x, offrira des racines imaginaires pour certaines valeurs de t voisines de τ.

§ II. *Sur les racines de l'équation* $t = \varpi(x)$.

» Le second paragraphe de mon Mémoire se rapporte spécialement aux racines des équations de la forme

$$t = \varpi(x).$$

J'établis successivement, à l'égard de ces mêmes racines, les théorèmes suivants.

» 1[er] *Théorème.* $\varpi(x)$ étant une fonction réelle et déterminée de x, si la variable t, liée à la variable x par l'équation

$$(1) \qquad t = \varpi(x),$$

acquiert une valeur maximum ou minimum τ pour une valeur réelle et finie de x, représentée par ξ, et dans le voisinage de laquelle la fonction $\varpi(x)$ reste continue, l'équation (1), résolue par rapport à x, offrira des racines imaginaires, pour certaines valeurs de t, voisines de la valeur τ.

» 2[me] *Théorème.* Si l'équation

$$t = \varpi(x),$$

résolue par rapport à x, a toutes ses racines réelles, pour une valeur réelle quelconque de la variable t, cette dernière variable ne pourra jamais acquérir un maximum ou un minimum τ correspondant à une valeur réelle ξ de x, dans le voisinage de laquelle la fonction $\varpi(x)$ resterait continue.

» 3me *Théorème.* $\varpi(x)$ étant une fonction réelle et déterminée de x, supposons la variable t liée à la variable x par la formule

$$t = \varpi(x).$$

Si l'équation

$$(2) \qquad \varpi(x) = \tau$$

offre m racines égales à ξ, en sorte qu'on ait

$$\varpi(x) - \tau = (x - \xi)^m \mathfrak{F}(x),$$

$\mathfrak{F}(x)$ désignant une fonction nouvelle qui acquière, pour $x = \xi$, une valeur finie différente de zéro; l'équation

$$\varpi(x) = \tau + i,$$

ou

$$(3) \qquad (x - \xi)^m = \frac{i}{\mathfrak{F}(x)}$$

offrira pour de très petites valeurs numériques de i, m racines très peu différentes de ξ. Soit d'ailleurs θ une des racines primitives de l'équation

$$\theta^{2m} = 1.$$

Chacune des m racines de l'équation (3) correspondantes à de très petites valeurs numériques de i, vérifiera l'une des m formules

$$(4) \qquad x - \xi = \left(\frac{i}{\mathfrak{F}(x)}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad x - \xi = \theta^2 \left(\frac{i}{\mathfrak{F}(x)}\right)^{\frac{1}{m}}, \ldots,$$

si le signe de i est en même temps celui de la quantité $\mathfrak{F}(x)$, et l'une des

m formules

$$(5)\qquad x-\xi=\theta\left(-\frac{i}{\mathcal{F}(x)}\right)^{\frac{1}{m}},\quad x-\xi=\theta^3\left(-\frac{i}{\mathcal{F}(x)}\right)^{\frac{1}{m}},\ldots,$$

si le signe de i est contraire à celui de $\mathcal{F}(\xi)$.

» 4me *Théorème.* $\varpi(x)$ étant une fonction réelle et déterminée de la variable x, et cette variable étant liée à la variable t par l'équation

$$t=\varpi(x),$$

nommons ξ une valeur réelle de x qui représente m racines réelles égales de l'équation

$$\varpi(x)=\tau,$$

en sorte que le rapport

$$\frac{\varpi(x)-\tau}{(x-\xi)^m}$$

acquière, pour $x=\xi$, une valeur finie différente de zéro. Si la fonction $\varpi(x)$ reste continue dans le voisinage de la valeur $x=\xi$, l'équation (1), ou

$$\varpi(x)=t,$$

résolue par rapport à x, offrira des racines imaginaires pour certaines valeurs réelles de t voisines de τ.

» 5e *Théorème.* $\varpi(x)$ étant une fonction réelle et déterminée de x, qui ne cesse d'être continue qu'en devenant infinie, si l'équation

$$t=\varpi(x),$$

résolue par rapport à x, a toutes ses racines réelles pour une valeur réelle quelconque de t, non-seulement chacune des deux équations

$$(6)\qquad \varpi(x)=0,$$

$$(7)\qquad \frac{1}{\varpi(x)}=0$$

aura pareillement toutes ses racines réelles, mais de plus deux racines

réelles distinctes de l'équation (6) comprendront toujours entre elles une seule racine réelle de l'équation (7), et, réciproquement, deux racines réelles distinctes de l'équation (7) comprendront toujours entre elles une seule racine réelle de l'équation (6).

» 6e *Théorème*. Les mêmes choses étant posées que dans le 5e théorème, si les racines réunies des équation (6) et (7) sont rangées par ordre de grandeur, de manière à former une suite croissante, les divers termes de cette suite appartiendront alternativement à l'une et à l'autre équation; si d'ailleurs on nomme

$$a, \; a'$$

deux racines consécutives de l'équation (7), la seconde de ces racines a' pouvant être remplacée par l'infini positif ∞, et la première a par l'infini négatif $-\infty$, la variable

$$t = \varpi(x)$$

sera toujours croissante ou toujours décroissante, tandis que la variable x passera de la limite a à la limite a'.

» Pour montrer une application très simple des théorèmes qui précèdent, supposons

$$\varpi(x) = \operatorname{tang} \alpha x,$$

α désignant une constante réelle. Alors l'équation (1), réduite à

$$t = \operatorname{tang} \alpha x,$$

ou, ce qui revient au même, à

$$t = \frac{\sin \alpha x}{\cos \alpha x},$$

aura, comme on sait, toutes ses racines x réelles. Donc en vertu des théorèmes 5 et 6, les racines des deux équations (6) et (7), ou

$$\sin \alpha x = 0, \quad \text{et} \quad \cos \alpha x = 0,$$

étant réunies et rangées par ordre de grandeur, appartiendront alternativement à l'une et à l'autre équation, ce qui est exact. De plus, la fonction

$$t = \operatorname{tang} \alpha x$$

sera toujours croissante, tandis que la variable x croîtra, en passant d'un terme quelconque de la série

$$\ldots -\frac{3\pi}{2a}, \quad -\frac{\pi}{2a}, \quad \frac{\pi}{2a}, \quad \frac{3\pi}{2a}, \ldots,$$

qui offre les diverses racines de l'équation $\cos ax = 0$, rangées par ordre de grandeur, au terme suivant.

» Dans les théorèmes qui précèdent, la fonction $\varpi(x)$ était supposée réelle. Dans ceux qui suivent, elle est de plus rationnelle, c'est-à-dire représentée par une fraction dont les deux termes se réduisent à des fonctions entières de la variable x.

» 7e *Théorème*. $\varpi(x)$ étant une fonction réelle et rationnelle de x, si l'équation

$$\varpi(x) = t,$$

résolue par rapport à x, a toutes ses racines, pour une valeur réelle quelconque de t, les degrés des deux termes de la fraction rationnelle $\varpi(x)$, seront égaux ou différeront entre eux d'une seule unité; de plus les racines de chacune des équations

$$\varpi(x) = 0, \quad \frac{1}{\varpi(x)} = 0,$$

seront réelles et inégales; enfin toutes ces racines réunies et rangées par ordre de grandeur, de manière à former une suite croissante, appartiendront alternativement à l'une et à l'autre équation.

» 8e *Théorème*. $\varpi(x)$ étant une fonction réelle et rationnelle de x, si les degrés des deux termes de cette fonction ou fraction rationnelle sont égaux ou diffèrent entre eux d'une seule unité; si d'ailleurs les racines de chacune des équations

$$\varpi(x) = 0, \quad \frac{1}{\varpi(x)} = 0,$$

sont toutes réelles et inégales; si enfin ces racines, rangées par ordre de grandeur, appartiennent alternativement à l'une et à l'autre équation, alors, résolue par rapport à x, l'équation

$$\varpi(x) = t$$

aura toutes ses racines réelles pour une valeur réelle quelconque de la variable t.

» 9e *Théorème.* Les mêmes choses étant posées que dans le théorème 8, si l'on représente par

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ldots,$$

les racines finies de l'équation

$$\frac{1}{\varpi(x)} = 0,$$

rangées dans leur ordre de grandeur, de manière à former une suite croissante, la valeur de

$$t = \varpi(x)$$

sera toujours croissante ou toujours décroissante, tandis que la variable x croîtra en passant d'un terme de la série

$$(8)\qquad -\infty,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ldots,\infty,$$

au terme suivant.

» Posons, pour fixer les idées,

$$\varpi(x) = k\,\frac{\psi(x)}{\varphi(x)},$$

k désignant une constante réelle, et $\varphi(x)$, $\psi(x)$ désignant deux fonctions entières de x, dans chacune desquelles la plus haute puissance de x ait pour coefficient l'unité. L'équation

$$t = \varpi(x)$$

pourra s'écrire comme il suit :

$$\frac{t}{k} = \frac{\psi(x)}{\varphi(x)},$$

et pour bien comprendre le 9e théorème, il sera nécessaire de distinguer trois cas, suivant que la différence entre le degré de $\psi(x)$ et le degré de $\varphi(x)$ sera

$$1,\quad \text{ou}\quad 0,\quad \text{ou}\quad -1.$$

» Dans le premier cas, $-\infty$, $+\infty$, seront racines de l'équation

$$\frac{1}{\varpi(x)} = 0,$$

et la valeur du rapport

$$\frac{t}{k}$$

croîtra sans cesse en passant de la limite $-\infty$ à la limite ∞, tandis que la variable x croîtra en passant d'un terme de la série (8) au terme suivant.

» Dans le troisième cas $-\infty$, $+\infty$ seront racines de l'équation

$$\varpi(x) = 0,$$

et tandis que la variable x croîtra, en passant d'un terme a' de la série (8) au terme suivant a'', la valeur du rapport

$$\frac{t}{k}$$

décroîtra sans cesse, en passant de la limite 0 à la limite $-\infty$, si l'on a $a' = -\infty$, de la limite ∞ à la limite zéro, si l'on a $a'' = \infty$, et de la limite ∞ à la limite $-\infty$, si a' et a'' conservent des valeurs finies.

» Enfin, dans le second cas, $-\infty$, $+\infty$ seront racines de l'équation

$$\varpi(x) = k;$$

et, tandis que la variable x croîtra en passant d'un terme quelconque a' de la série (8) au terme suivant a'', la valeur du rapport

$$\frac{t}{k}$$

croîtra ou décroîtra sans cesse, en passant généralement de la limite $-\infty$ à la limite ∞, ou réciproquement, suivant que la plus petite racine $b_{,}$ de l'équation

$$\varpi(x) = 0$$

sera inférieure ou supérieure à la plus petite racine $a_{,}$ de l'équation

$$\frac{1}{\varpi(x)} = 0.$$

Ajoutons que la première des valeurs extrêmes du rapport $\frac{l}{k}$, si l'on a

$$a' = -\infty,$$

et la seconde, si l'on a

$$a'' = \infty,$$

devra cesser d'être infinie, et se réduira simplement à l'unité. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la détermination et la transformation d'un grand nombre d'intégrales définies nouvelles; par* M. AUG. CAUCHY.

« Des formules générales que j'ai données dans les *Exercices de Mathématiques*, et qui s'y trouvent déduites du calcul des résidus, fournissent immédiatement les valeurs d'une multitude d'intégrales définies, dont les unes étaient connues, les autres inconnues. Parmi ces formules, l'une des plus remarquables est celle qui détermine les valeurs des intégrales prises entre les limites $-\infty$, $+\infty$, et qui comprend comme cas particuliers quelques résultats obtenus par Euler et par M. Laplace. Or mes dernières recherches sur le calcul des résidus permettent d'étendre considérablement cette même formule, ou plutôt de la remplacer par d'autres qui peuvent être appliquées à la détermination ou à la transformation d'un grand nombre d'intégrales définies nouvelles. Je vais expliquer en peu de mots la marche que j'ai suivie pour arriver aux nouvelles formules dont il est ici question.

» Les théorèmes généraux de calcul intégral que j'ai présentés à l'Académie dans les précédentes séances servent à déterminer ou à transformer une intégrale définie, relative à n, ou plutôt la somme s des valeurs de cette intégrale qui correspondent aux diverses valeurs de x considérées comme une fonction implicite d'une autre variable t. Supposons maintenant ces diverses valeurs représentées par autant d'intégrales dont chacune offre pour seconde limite l'origine de l'intégrale suivante. Il est clair que, dans ce cas particulier, la somme s pourra être réduite à une intégrale unique que les théorèmes dont il s'agit serviront à déterminer ou à transformer. Tel est le principe très simple à l'aide duquel je déduis des formules générales précédemment établies celles qui forment l'objet spécial de ce nouveau Mémoire.

ANALYSE.

§ Ier. *Formules générales.*

» La variable x étant liée à la variable t par l'équation

$$(1) \qquad F(x, t) = 0,$$

nommons $\Phi(x, t)$, $\Psi(x, t)$ les dérivées partielles de la fonction $F(x, t)$, relatives à x et à t. Soient de plus

$$f(x) \text{ ou } f(x, t)$$

une autre fonction de la variable x ou des deux variables x, t; et

$$\xi, \tau,$$

deux valeurs correspondantes de ces mêmes variables. On aura

$$(2) \qquad \int_\xi^x f(x)\,dx = -\int_\tau^t f(x)\frac{\Psi(x, t)}{\Phi(x, t)}\,dt,$$

ou plus généralement

$$(3) \qquad \int_\xi^x f(x, t)\,dx = -\int_\tau^t f(x, t)\frac{\Psi(x, t)}{\Phi(x, t)}\,dt,$$

pourvu que chacune des variables x, t reste fonction continue de l'autre, entre les limites de l'intégration. Pour que cette condition soit remplie, lorsque les deux variables restent réelles, il est nécessaire et il suffit qu'elles varient simultanément par degrés insensibles et que, pour des valeurs croissantes de l'une, l'autre soit toujours croissante, ou toujours décroissante, du moins entre les limites que l'on considère.

» Lorsque, dans une intégrale définie relative à x, on remplacera, comme on vient de le dire, la variable x par une nouvelle variable t, l'équation (1), qui caractérisera la relation établie entre les deux variables x et t, sera ce que nous appellerons l'équation *caractéristique*.

» On ne devra pas oublier que la variable t est regardée comme fonction de x, dans le premier membre de la formule (3), et la variable x comme fonction de t dans le second membre. D'ailleurs l'équation (1),

résolue, soit par rapport à t, soit par rapport à x, peut, dans une hypothèse comme dans l'autre, fournir ou une seule racine ou plusieurs racines diverses. Concevons, pour fixer les idées, que l'équation (1), résolue par rapport à x, fournisse diverses racines

$$x = x_1, \quad x = x_2, \ldots,$$

représentées par des fonctions de t qui se réduisent aux quantités

$$\xi = \xi_1, \quad \xi = \xi_2, \ldots,$$

dans le cas particulier où l'on suppose $t = \tau$. Puisque les deux variables x, t doivent, entre les limites de l'intégration, rester fonctions continues l'une de l'autre, il est clair qu'à chaque valeur de x considérée comme fonction de t, répondra, dans la formule (3), une seule valeur de t considérée comme fonction de x. Mais aux diverses valeurs de x, considérées comme fonction de t, correspondront généralement diverses valeurs de l'intégrale

$$\int_{\xi}^{x} \mathrm{f}(x, t)\, dx;$$

et en nommant s la somme de ces valeurs, c'est-à-dire en posant, pour abréger,

$$(4) \qquad s = \int_{\xi_1}^{x_1} \mathrm{f}(x, t)\, dx + \int_{\xi_2}^{x_2} \mathrm{f}(x, t)\, dx + \ldots,$$

on tirera de la formule (3)

$$s = -\int_{\tau}^{t} \mathcal{E} \frac{\mathrm{f}(z, t)\, \Psi(z, t)}{((\mathrm{F}(z, t))},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(5) \qquad s = \int_{\tau}^{t} \mathcal{E} \frac{((\mathrm{f}(z, t)\, \Psi(z, t)))}{\mathrm{F}(z, t)}\, dt - \int_{\tau}^{t} \mathcal{E} \left(\left(\frac{\mathrm{f}(z, t)\, \Psi(z, t)}{\mathrm{F}(z, t)}\right)\right) dt,$$

le signe $\mathcal{E}$ étant relatif à la variable auxiliaire z.

» Avant d'aller plus loin, nous avons une remarque importante à faire. Dans chacune des intégrales que renferme la formule (4), t est considéré

comme fonction de x. Mais la valeur de t en x pourra varier dans le passage d'une intégrale à une autre, si l'équation (1), résolue par rapport à t, offre plusieurs racines. En effet, la condition à laquelle cette valeur de t est assujétie, c'est que, dans chaque intégrale de la forme

$$\int_{\xi}^{x} \mathrm{f}(x, t)\, dx,$$

elle se réduise à τ pour $x = \xi$. Or la valeur de t qui remplit cette condition peut changer de forme avec la valeur de ξ. Si, par exemple, on a

$$\mathrm{F}(x, t) = x^2 + tx + t^2 - 1, \quad \text{et} \quad \tau = 0,$$

on trouvera pour valeurs de ξ

$$1 \quad \text{et} \quad -1.$$

Or l'équation

$$x^2 + tx + t^2 - 1 = 0,$$

résolue par rapport à t, donnera

$$t = -\tfrac{1}{2} x + \sqrt{1 - \tfrac{3}{4} x^2} \quad \text{ou} \quad t = -\tfrac{1}{2} x - \sqrt{1 - \tfrac{3}{4} x^2};$$

et de ces deux dernières valeurs de t, la première s'évanouira pour $x = 1$, la seconde pour $x = -1$. Remarquons toutefois que, si, dans cet exemple, les deux valeurs de t étaient présentées sous la forme

$$t = \tfrac{1}{2} x\left(-1 + \sqrt{\frac{4}{x^2} - 3}\right), \quad t = \tfrac{1}{2} x\left(-1 - \sqrt{\frac{4}{x^2} - 3}\right),$$

la première seule aurait la double propriété de s'évanouir à la fois pour $x = 1$ et pour $x = -1$.

» Revenons à la formule (5). Si le rapport

$$\frac{\Psi(z, t)}{\mathrm{F}(z, t)}$$

ne devient infini que pour des valeurs nulles de $\mathrm{F}(z, t)$, si d'ailleurs le résidu de la fraction

$$\frac{f\left(\frac{1}{z}, t\right) \psi\left(\frac{1}{z}, t\right)}{z^2 F\left(\frac{1}{z}, t\right)},$$

relatif à une valeur nulle de z, offre une valeur déterminée, cette formule donnera

$$(6) \qquad s = \int_\tau^t \mathcal{E} \frac{\psi(z, t)\ ((f(z, t)))}{F(z, t)} dt - \int_\tau^t \mathcal{E} \frac{\psi\left(\frac{1}{z}, t\right) f\left(\frac{1}{z}, t\right)}{((z^2))\, F\left(\frac{1}{z}, t\right)} dt.$$

» Si l'on remplace $f(x, t)$ par un produit de la forme

$$f(x) f(t),$$

l'équation (6) deviendra

$$(7) \qquad s = \mathcal{E}((f(z))) \int_\tau^t \frac{\psi(z, t)}{F(z, t)} f(t)\, dt - \mathcal{E} \frac{f\left(\frac{1}{z}\right)}{((z^2))} \int_\tau^t \frac{\psi\left(\frac{1}{z}, t\right)}{F\left(\frac{1}{z}, t\right)} f(t)\, dt.$$

» Enfin, si l'on remplace $f(x, t)$ par une fonction $f(x)$ de la seule variable x, ou par une fonction $f(t)$ de la seule variable t, on trouvera dans le premier cas

$$(8) \qquad \left\{ \begin{aligned} \int_{\xi_1}^{x_1} f(x)\, dx + \int_{\xi_2}^{x_2} f(x)\, dx + \ldots = \mathcal{E}((f(z)))\, l \frac{F(z, t)}{F(z, \tau)} \\ - \mathcal{E} \frac{f\left(\frac{1}{z}\right)}{((z^2))}\, l \frac{F\left(\frac{1}{z}, t\right)}{F\left(\frac{1}{z}, \tau\right)}, \end{aligned} \right.$$

et dans le second cas

$$(9) \qquad \int_{\xi_1}^{x_1} f(t)\, dx + \int_{\xi_2}^{x_2} f(t)\, dx + \ldots = -\mathcal{E} \frac{1}{((z^2))} \int_\tau^t \frac{\psi\left(\frac{1}{z}, t\right)}{F\left(\frac{1}{z}, t\right)} f(t)\, dt.$$

» Parmi les formes diverses que peut acquérir la fonction $F(x, t)$, on doit remarquer celles dans lesquelles les variables x, t sont séparées. Cette

séparation aura lieu, par exemple, si l'on pose

$$F(x,t) = t^n - \varpi(x),$$

n étant un nombre entier quelconque, et $\varpi(x)$ une fonction déterminée de x, c'est-à-dire, en d'autres termes, si l'équation (1) se réduit à

$$(10) \qquad t^n = \varpi(x).$$

Dans ce cas, la formule (7) donnera

$$(11) \quad s = \mathcal{E}((f(z)))\int_\tau^t \frac{nt^{n-1}}{t^n - \varpi(z)} f(t)\,dt - \mathcal{E}\frac{f\left(\frac{1}{z}\right)}{((z^2))}\int_\tau^t \frac{nt^{n-1}}{t^n - \varpi\left(\frac{1}{z}\right)} f(t)\,dt.$$

Si l'on suppose en particulier $n=1$, l'équation (10) sera réduite à

$$(12) \qquad t = \varpi(x),$$

et les formules (7), (9) donneront

$$(13) \quad s = \mathcal{E}((f(z)))\int_\tau^t \frac{f(t)}{t - \varpi(z)}\,dt - \mathcal{E}\frac{f\left(\frac{1}{z}\right)}{((z^2))}\int_\tau^t \frac{f(t)}{t - \varpi\left(\frac{1}{z}\right)}\,dt,$$

$$(14) \quad \int_{\xi_1}^{x_1} f(t)\,dx + \int_{\xi_2}^{x_2} f(t)\,dx + \ldots = \mathcal{E}\frac{1}{((z^2))}\int_\tau^t \frac{f(t)}{\varpi\left(\frac{1}{z}\right) - t}\,dt.$$

§ II. *Formules relatives au cas où les racines de l'équation caractéristique sont toutes réelles.*

» Parmi les résultats que l'on peut déduire des principes établis dans le premier paragraphe, on doit surtout remarquer ceux que l'on obtient, quand on suppose que l'équation caractéristique, résolue par rapport à la variable x, a toutes ses racines réelles pour une valeur réelle quelconque de la variable t.

» Admettons cette hypothèse; supposons encore, pour plus de simplicité, que l'équation caractéristique se présente sous la forme

$$(1) \qquad t = \varpi(x),$$

$\varpi(x)$ désignant une fonction réelle et déterminée de x; et concevons d'abord que cette fonction $\varpi(x)$ se réduise à une fraction rationnelle. On pourra prendre

$$\varpi(x) = k\,\frac{\psi(x)}{\varphi(x)},$$

k désignant une constante réelle, et $\varphi(x)$, $\psi(x)$ deux fonctions entières de x dans chacune desquelles le coefficient de la plus haute puissance de x se réduise à l'unité. Cela posé, chacune des deux équations

$$\varpi(x) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{1}{\varpi(x)} = 0, \tag{3}$$

et par suite aussi chacune des deux équations

$$\psi(x) = 0, \tag{4}$$

$$\varphi(x) = 0, \tag{5}$$

aura toutes ses racines réelles et inégales. Supposons que ces racines, rangées d'après leur ordre de grandeur, de manière à former une suite croissante, soient respectivement

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots, \tag{6}$$

pour l'équation (5), et

$$b_1,\ b_2,\ b_3,\ \ldots, \tag{7}$$

pour l'équation (4). Suivant ce qui a été dit dans le précédent Mémoire, deux termes consécutifs de chacune des suites (6), (7), comprendront entre eux un seul terme de l'autre suite, et les degrés des fonctions entières

$$\psi(x) = (x - b_1)(x - b_2),\ldots,\quad \varphi(x) = (x - a_1)(x - a_2),\ldots,$$

seront égaux ou différeront entre eux d'une seule unité. On aura donc trois cas à considérer suivant que la différence entre le degré de $\psi(x)$ et

le degré de $\varphi(x)$ sera

$$1, \quad \text{ou} \quad 0, \quad \text{ou} \quad -1.$$

Si l'on nomme n le nombre qui représente les degrés lorsqu'ils sont égaux, et le plus grand des deux, quand ils sont inégaux, ces mêmes degrés seront respectivement, dans le premier cas,

$$n \quad \text{et} \quad n-1;$$

dans le second cas

$$n \quad \text{et} \quad n;$$

dans le troisième cas

$$n-1 \quad \text{et} \quad n.$$

On aura par suite, dans le premier cas,

$$(8) \qquad t = k\,\frac{(x-b_1)(x-b_2)\ldots(x-b_n)}{(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_{n-1})};$$

dans le second cas

$$(9) \qquad t = k\,\frac{(x-b_1)(x-b_2)\ldots(x-b_n)}{(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)};$$

et dans le troisième cas

$$(10) \qquad t = k\,\frac{(x-b_1)(x-b_2)\ldots(x-b_{n-1})}{(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)}.$$

Voyons maintenant quelles seront, pour ces trois valeurs de t, les valeurs de la somme désignée dans le premier paragraphe par la lettre s.

» Dans le premier cas, tandis que la variable x passera d'un terme de la série

$$-\infty,\ a_1,\ a_2,\ldots,\ a_{n-1},\ \infty$$

au terme suivant, le rapport

$$\frac{t}{k}$$

croîtra sans cesse, en passant de la limite $-\infty$ à la limite ∞. Donc alors, dans les diverses formules du premier paragraphe, on pourra prendre pour

$$t \quad \text{et} \quad \tau$$

deux quantités finies quelconques. L'équation (8), résolue par rapport à x, fournira d'ailleurs, pour une valeur quelconque de t ou de τ, les valeurs correspondantes des quantités

$$x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,$$

ou

$$\xi_1,\ \xi_2,\ldots,\ \xi_n,$$

qui se trouveront comprises, la première entre les limites $-\infty$, a_1, la seconde entre les limites $a_1, a_2, \ \ldots,$ la dernière entre les limites a_{n-1}, ∞.

» Si, pour fixer les idées, on prend

$$\tau = 0, \quad \frac{t}{k} = \infty,$$

la formule (4) du paragraphe II donnera

$$(11)\quad s = \int_{b_1}^{a_1} \mathrm{f}(x,\ t)\,dx + \int_{b_2}^{a_2} \mathrm{f}(x,\ t)\,dx + \ldots + \int_{b_n}^{\infty} \mathrm{f}(x,\ t)\,dx.$$

Si l'on prend au contraire

$$\frac{\tau}{k} = -\infty, \quad t = 0,$$

la même formule donnera

$$(12)\quad s = \int_{-\infty}^{b_1} \mathrm{f}(x,\ t)\,dx + \int_{a_1}^{b_2} \mathrm{f}(x,\ t)\,dx + \ldots + \int_{a_{n-1}}^{b_n} \mathrm{f}(x,\ t)\,dx.$$

Enfin si l'on prend

$$\frac{\tau}{k} = -\infty, \quad \frac{t}{k} = \infty,$$

on trouvera

$$s = \int_{-\infty}^{a_1} \mathrm{f}(x, t)\,dx + \int_{a_1}^{a_2} \mathrm{f}(x, t)\,dx + \ldots + \int_{a_{n-1}}^{\infty} \mathrm{f}(x, t)\,dx,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(13)\qquad s = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{f}(x, t)\,dx.$$

D'ailleurs, la valeur de s que détermine la formule (11) ou (12), s'exprimera, en vertu de l'équation (6) du § Ier, à l'aide d'intégrales définies relatives à t, et prises entre deux limites dont l'une sera zéro, l'autre étant $\pm\infty$. La même équation, appliquée à la valeur de s que détermine la formule (13), donnera

$$(14)\quad \pm\int_{-\infty}^{\infty} f(x,t)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}((f(z,t)))\frac{dt}{t-\varpi(z)} - \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}\frac{f(z,t)}{((z^2))}\frac{dt}{t-\varpi\left(\frac{1}{z}\right)},$$

le double signe $\pm$ devant être réduit au signe $+$ ou au signe $-$, suivant que la constante k sera positive ou négative.

» Considérons maintenant le second cas où la valeur de t en x est fournie par l'équation (9). Dans ce cas, tandis que la variable x passera d'un terme de la série

$$-\infty,\ a_1,\ a_2,\ldots,\ a_{n-1},\ a_n,\ \infty,$$

au terme suivant, le rapport

$$\frac{t}{k}$$

croîtra ou décroîtra sans cesse, suivant que l'on aura $a_1 < b_1$ ou $b_1 < a_1$. De plus les deux limites entre lesquelles croîtra ou décroîtra le rapport $\frac{t}{k}$ seront généralement $-\infty$ et $+\infty$, ou $+\infty$ et $-\infty$. Seulement l'une de ces limites se trouvera remplacée par l'unité, quand l'une des limites de la variable x sera $-\infty$ ou ∞. Par conséquent on pourra prendre, pour

$$t \quad \text{et} \quad \tau,$$

dans les diverses formules du § Ier, non plus deux quantités finies quelconques, mais deux quantités finies simultanément comprises soit entre les limites

$$k \quad \text{et} \quad \infty,$$

soit entre les limites

$$-\infty \quad \text{et} \quad k.$$

Si d'ailleurs on nomme

$$(15)\qquad -\infty,\ c_2,\ c_3,\ldots,\ c_{n-1},\ \infty,$$

les n racines de l'équation

$$\varpi(x) = k, \quad \text{ou} \quad \psi(x) = \varphi(x),$$

l'équation (9), résolue par rapport à x, fournira, pour une valeur quelconque de t ou de τ, les valeurs correspondantes des quantités

$$x_1, \; x_2, \ldots, \; x_n,$$

ou

$$\xi_1, \; \xi_2, \ldots, \; \xi_n,$$

qui se trouveront comprises, ou, la première entre les limites $-\infty, a_1$, la seconde entre les limites $c_1 \; a_2, \ldots$, la dernière entre les limites c_{n-1}, a_n ; ou bien, la première entre les limites a_1, c_1, la seconde entre les limites $a_2, c_2, \ldots$, la dernière entre les limites $a_n, \; \infty$.

» Si, pour fixer les idées, on prend

$$\tau = k, \quad t = \frac{\infty}{b_1 - a_1} k,$$

la formule (4) du § Ier donnera

$$(16) \qquad s = \int_{-\infty}^{a_1} f(x, t) dx + \int_{c_1}^{a_2} f(x, t) dx + \ldots + \int_{c_{n-1}}^{a_n} f(x, t) dx.$$

Si l'on prend au contraire

$$\tau = \frac{-\infty}{b_1 - a_1} k, \quad t = k,$$

la même formule donnera

$$(17) \qquad s = \int_{a_1}^{c_1} f(x, t) dx + \int_{a_2}^{c_2} f(x, t) dx + \ldots + \int_{a_n}^{\infty} f(x, t) dx;$$

et il suffira d'ajouter la somme (16) à la somme (17), pour obtenir une nouvelle somme équivalente à l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) dx.$$

D'ailleurs la valeur de s, que détermine la formule (11) ou (12), s'exprimera,

en vertu de la formule (6) du § I[er], à l'aide d'intégrales définies relatives à t, et prises entre les limites

$$k,\ \frac{\infty}{b_1 - a_1}k,$$

ou entre les limites

$$\frac{-\infty}{b_1 - a_1}k \text{ et } k.$$

Donc, à l'aide d'intégrales de la même forme, mais prises entre les limites

$$\frac{-\infty}{b_1 - a_1}k \quad \text{et} \quad \frac{\infty}{b_1 - a_1}k,$$

on pourra exprimer la valeur de l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{f}(x, t)\,dx.$$

On se trouvera ainsi ramené de nouveau à la formule (14). Seulement, dans cette formule, le double signe $\pm$ devra être réduit au signe $+$ ou au signe $-$, suivant que la constante $\frac{k}{b_1 - a_1}$ sera positive ou négative.

» Si à la limite k de la variable t on substituait la limite zéro, il faudrait à n termes consécutifs de la suite

$$-\infty,\ c_1,\ c_2, \ldots,\ c_n,\ \infty,$$

substituer les quantités

$$b_1,\ b_2, \ldots,\ b_n.$$

D'ailleurs zéro sera renfermé entre les deux limites

$$k \text{ et } \frac{\infty}{b_1 - a_1}k,$$

ou entre les limites

$$\frac{-\infty}{b_1 - a_1}k \text{ et } k,$$

suivant que les deux quantités k et $b_1 - a_1$ seront affectées de signes contraires ou du même signe. On pourra donc, suivant que l'une ou l'autre condition sera remplie, déterminer encore, après la substitution dont il s'agit, et à l'aide des principes établis dans le § I[er], la valeur de la somme (16) ou (17), réduite, au signe près, à la suivante :

$$(18)\quad \int_{a_1}^{b_1} f(x,t)\,dx + \int_{a_2}^{b_2} f(x,t)\,dx + \ldots + \int_{a_n}^{b_n} f(x,t)\,dx.$$

Cette dernière somme comprend, comme cas particuliers, celles qui ont été déterminées par M. Richelot.

» Considérons enfin le troisième cas où la valeur de t en x est fournie par l'équation (10). Dans ce cas, tandis que la variable x croîtra en passant d'un terme de la série

$$-\infty,\ a_1,\ a_2, \ldots,\ a_{n-1},\ a_n,\ \infty$$

au terme suivant, le rapport

$$\frac{t}{k}$$

décroîtra sans cesse en passant généralement de la limite ∞ à la limite $-\infty$. Seulement l'une de ces deux limites se trouvera remplacée par zéro, quand l'une des limites de la variable x sera $-\infty$ ou ∞. Par conséquent on pourra prendre pour

$$t \text{ et } \tau,$$

dans les diverses formules du § Ier, non pas deux quantités finies quelconques, mais deux quantités finies simultanément comprises, soit entre les limites

$$0 \text{ et } \infty,$$

soit entre les limites

$$-\infty \text{ et } 0.$$

D'ailleurs, l'équation (10), résolue par rapport à x, fournira pour une valeur quelconque de t ou de τ, les valeurs correspondantes des quantités

$$x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n,$$

ou

$$\xi_1,\ \xi_2, \ldots,\ \xi_n,$$

qui se trouveront comprises, ou, la première entre les limites $-\infty$, a_1, la seconde entre les limites b_1, a_2, ..., la dernière entre les limites b_{n-1}, a_n; ou bien encore, la première entre les limites a_1, b_1, la seconde entre les limites a_2, b_2, ..., la dernière entre les limites a_n, ∞.

» Si, pour fixer les idées, on prend

$$\tau = 0,\quad \frac{t}{k} = -\infty,$$

la formule (4) du § Ier donnera

$$(19)\quad s=\int_{-\infty}^{a_1} \mathrm{f}(x,t)\,dx+\int_{b_1}^{a_2} \mathrm{f}(x,t)\,dx+\ldots+\int_{b_{n-1}}^{a_n} \mathrm{f}(x,t)\,dx.$$

Si l'on prend au contraire

$$\frac{\tau}{k}=\infty,\quad t=0,$$

la même formule donnera

$$(20)\quad s=\int_{a_1}^{b_1} \mathrm{f}(x,t)\,dx+\int_{a_2}^{b_2} \mathrm{f}(x,t)\,dx+\ldots+\int_{a_n}^{\infty} \mathrm{f}(x,t)\,dx;$$

et il suffira d'ajouter la somme (19) à la somme (20) pour obtenir une nouvelle somme équivalente à l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{f}(x,t)\,dx.$$

D'ailleurs la valeur de s que détermine la formule (19) ou (20) s'exprimera, en vertu de la formule (6) du § Ier, à l'aide d'intégrales définies relatives à t, et prises entre les limites

$$0 \text{ et } -\infty.k,$$

ou

$$\infty.k \text{ et } 0.$$

Donc à l'aide d'intégrales de la même forme, mais prises entre les limites

$$\infty.k,\ -\infty.k,$$

on pourra exprimer la valeur de l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{f}(x,t)\,dx.$$

On se trouvera ainsi ramené encore à la formule (14). Seulement dans cette formule, le double signe devra être réduit au signe — ou au signe +, suivant que la constante k sera positive ou négative.

» Je donnerai dans d'autres articles, de nombreuses applications des formules générales que je viens d'établir, et en particulier de la formule (14). J'examinerai aussi ce que deviennent ces diverses formules quand $\varpi(x)$ est une fonction transcendante. »

Sur un météore lumineux. — Note de M. **Richard**.

« Lundi dernier, étant à la campagne, dans le département de l'Eure, j'ai été témoin d'un phénomène météorologique dont j'ignore la nature. A onze heures dix minutes du soir, le ciel était complétement couvert, la pluie tombait avec abondance; j'aperçus au couchant un arc de cercle lumineux occupant dans le ciel une hauteur d'environ 45 à 50 degrés. La lumière était faible, quoique très distincte, et allait en s'affaiblissant, soit vers le centre du cercle, soit vers sa circonférence. Plusieurs personnes ont été comme moi témoins de ce phénomène. J'ignore à quelle heure il avait commencé à se montrer, et une demi-heure après le moment où je l'avais observé il durait encore. »

M. **Flourens** fait hommage à l'Académie de l'ouvrage qu'il vient de publier sous ce titre: *Analyse raisonnée des travaux de Georges Cuvier, précédée de son Éloge historique.*

M. **Kunth**, correspondant de l'Académie, fait hommage du troisième volume de son *Énumération générale des plantes*, renfermant 1400 espèces, dont 356 palmiers et 286 aroïdées.

RAPPORTS.

géologie. — *Rapport sur un Mémoire de* M. **Alexandre Leymerie** *intitulé:* Mémoire sur un terrain crétacé du département de l'Aube, contenant des considérations générales sur le terrain néocomien.

(Commissaires, MM. Élie de Beaumont, Alexandre Brongniart rapporteur.)

« Il peut paraître singulier, paradoxal même, d'entendre dire que la Géognosie, depuis qu'elle a pris, il y a environ soixante ans, la marche assurée d'une science d'observation, n'a point éprouvé de ces changements notables qui introduisent dans une science des principes et des doctrines qui la font entièrement changer de direction, et qui la rendent si différente de ce qu'elle était à son origine, que ce qui paraissait vrai alors ne l'est plus maintenant; de ces changements enfin qu'on peut regarder comme un renversement complet de la science.

» On doit faire remarquer cette fixité de principes en l'honneur de Werner, qui, le premier, a fait faire à la Géologie ces pas assurés et bien marqués.

» Werner avait établi dans les terrains qui composent la croûte du globe. de grandes divisions fondées sur l'ordre de leur superposition et par conséquent sur celui de leur formation.

» Cet ordre, déduit presque uniquement ou au moins principalement des observations faites en Saxe et dans quelques autres parties de l'Allemagne, s'est montré le même dans toutes les parties de la terre que les élèves de ce grand homme ont visitées et qu'ils visitent encore. C'est-à-dire que les terrains qu'il avait considérés comme les plus anciens, comme inférieurs, *au moins dans leur origine*, à tous les autres, ne se sont trouvés nulle part *réellement* ou *primitivement* dans une position inverse.

» Cependant la Géologie, depuis Werner, a fait des pas immenses et toujours en avant; elle a ouvert à l'observation et aux considérations les plus élevées et les plus piquantes, un champ presque sans bornes.

» C'est en disséquant, pour ainsi dire, les premiers et grands groupes reconnus par Werner, en observant de plus près leur structure, leur composition, leurs allures, en expliquant par des moyens simples les sortes d'infraction qu'ils semblaient présenter dans quelques cas à la loi des successions, c'est en trouvant dans la présence des débris organiques qu'ils renferment et dans l'examen scrupuleux de ces débris, des moyens nouveaux, riches et certains de déterminer, pour des terrains isolés, leur place dans l'ordre de superposition, qu'on a donné à cette science la certitude, l'éclat et l'intérêt qu'elle possède actuellement. La Géologie s'est étendue dans tous les sens, elle s'est associée à toutes les sciences, à l'histoire, aux arts; elle les a tantôt éclairés et tantôt enrichis de vues nouvelles.

» Ces progrès rapides résultent des routes si diverses, mais toutes fécondes en découvertes, que les géologues ont suivies selon leurs goûts, leurs études de prédilection et leur position respective.

» Les uns, pouvant parcourir de grands espaces, les étudier attentivement, y revenir au besoin, ont pu et su tirer de leurs propres observations, combinées avec celles des autres géologues, des considérations générales qui ont donné l'explication d'une multitude de faits d'apparence anormaux, de faits qui compliquaient et obscurcissaient l'ordre admis dans les superpositions et qui semblaient presque le renverser.

» D'autres en admettant les faits, mais cherchant à en combattre les explications, ont, par le procédé si aiguillonnant de l'opposition, rendu

encore plus ardents, mais plus prudents, le zèle et la marche des observateurs.

» D'autres enfin, dans des positions différentes, mais plus ordinaires et plus nombreuses, ont cherché à en tirer un parti utile à la science dans deux de ses directions, d'abord en découvrant dans la série des grandes superpositions connues, de nouvelles divisions d'époque ou de formation fondées sur les caractères généralement admis par les géologues pour ce genre de détermination, ensuite en décrivant avec une exactitude scrupuleuse et savante, les pays dans lesquels ils ont reconnu ces nouveaux groupes de terrain; enfin, en faisant voir par une nombreuse énumération des pays qui présentent ces nouveaux groupes, que ce ne sont pas des divisions arbitraires ou isolées, mais qu'elles jouent un rôle assez important dans la structure de l'écorce du globe pour être signalées et dénommées particulièrement.

» C'est ce que vient de faire, d'une manière si brillante et si savante, M. Murchison en Angleterre, pour les terrains anciens qu'il a nommés *siluriens*. C'est ce qu'a fait, avec moins d'éclat, parce que le sujet ne le comportait pas, mais avec autant de soin, de science et nous pouvons déjà dire de succès, M. Leymerie sur les terrains néocomiens du département de l'Aube, dans un Mémoire que l'Académie nous a chargés d'examiner.

» On avait réuni sous le nom de *terrain secondaire*, toutes les roches formées principalement par voie de dépôt ou de sédiment et sous ce titre on avait englobé un grand nombre de terrains du même mode de formation, mais d'époques très différentes.

» On fut donc conduit à établir dans cette masse puissante et variée de roches sédimentaires, des subdivisions ou groupes, maintenant assez nombreux, en ne comptant même que ceux qui sont généralement admis.

» Parmi ces groupes nous devons en signaler particulièrement deux, parce qu'il le faut, pour comprendre et apprécier le but et les travaux de M. Leymerie.

» L'un, dont tout le monde peut se faire une idée, est le *groupe crétacé* dont la craie blanche de Meudon forme la partie supérieure; l'autre est le grand et puissant *groupe jurassique*, dont les montagnes calcaires du Jura offrent le type; type dont il est encore facile de se faire une idée. Mais entre ces deux groupes se présentent, dans plusieurs localités, des couches et lits de roches qu'on ne peut rapporter, ni aux terrains crétacés qui leur sont supérieurs, ni aux terrains jurassiques sur lesquels elles reposent.

» Ce groupe a trop de roches et surtout de débris organiques différents pour être simplement et nettement caractérisé; il se lie même quelquefois au groupe crétacé et au groupe jurassique par quelques caractères communs, les uns minéralogiques peu importants, les autres tirés des débris organiques, ayant bien plus de valeur.

» L'un de nous avait senti autrefois la nécessité de distinguer ce groupe anormal, et il l'avait désigné sous le nom de *groupe épiolithique;* mais les limites assignées alors à cette réunion de roches et de corps organisés fossiles, qui n'appartenaient ni aux terrains crétacés, ni aux terrains jurassiques, étaient incertaines et empiétaient sur ces deux terrains.

» C'est cette division géologique, déjà établie sous le nom de terrain néocomien, beaucoup plus importante par son étendue qu'on ne l'avait cru, que M. Leymerie a reconnue dans le département de l'Aube, qu'il a parfaitement caractérisée et soigneusement décrite.

» Mais comme le département de l'Aube présente en outre, sous une grande puissance et sur une grande étendue, le terrain crétacé immédiatement supérieur au terrain néocomien, M. Leymerie a dû décrire ces deux terrains pour en mieux faire ressortir les caractères distinctifs.

» C'est donc cette formation particulière située entre les terrains crétacés et les terrains jurassiques, que M. Leymerie s'est proposé d'étudier dans tous ses détails.

» Nous avons déjà dit que ce terrain n'avait point été complétement oublié, mais que ses limites et ses caractères n'avaient pas été nettement déterminés. Cette partie du terrain infracrétacé, nommée néocomien, avait été soupçonnée par M. Élie de Beaumont en 1829 (1), et c'est à M. de Montmollin fils qu'on doit sa caractérisation plus précise et son nom de *néocomien,* de la ville de Neufchâtel, près de laquelle ce jeune géologue l'a reconnue, déterminée et décrite.

» Il ne faut pas croire que la part faite aux naturalistes qui l'ont entrevu, reconnu et même nommé avant M. Leymerie, lui enlève le mérite de son travail; car dans le Mémoire très long qu'il a rédigé sur ces terrains et sur les terrains crétacés qui les surmontent, dans les détails minéralogiques, paléontologiques et géographiques qui constituent ce grand travail, on trouve une multitude de faits dont la science s'est enrichie.

---

(1) *Annales des Sciences naturelles,* 1829, tome XVII, page 265, et tome XVIII, page 21.

» Nous ne pouvons ni analyser ce Mémoire, ni même exposer tous les faits et aperçus qui sont propres à M. Leymerie; nous nous contenterons d'indiquer la marche suivie par l'auteur et les aperçus qui nous ont paru les plus saillants.

» M. Leymerie a cru devoir étudier d'abord le terrain crétacé du département de l'Aube, non pas seulement comme description de géologie géographique, mais pour faire ressortir les différences qui existent entre l'époque de formation de la craie, et celle du terrain néocomien.

» On sait comment, par des observations assez récentes, le terrain crétacé, que l'on croyait restreint à la craie blanche de quelques parties de la France, de l'Angleterre et des îles Scandinaves, s'est montré étendu dans deux sens: d'abord en puissance et sous-formations fondées sur les différences des espèces de corps organisés fossiles de ses parties supérieures et de ses parties inférieures; ensuite dans le sens horizontal ou géographique, en reconnaissant les terrains crétacés dans des pays où l'on n'en soupçonnait pas la présence, tels que les Alpes, le midi de la France, quelques parties de la Saxe, etc.

» C'est au moyen de la comparaison des débris organiques enfouis dans ces terrains, que ces vraies découvertes géologiques ont été faites; c'est donc ce procédé si sûr que M. Leymerie a employé pour suivre ces terrains dans leur étendue géographique et dans leur puissante épaisseur, et pour reconnaître dans les terrains crétacés de l'Aube, les deux étages qui le constituent presque partout, la craie blanche et la craie verdâtre argileuse et sableuse. Il en fait connaître les roches, les minéraux et tous les corps organisés fossiles, en décrivant et représentant par de très bonnes figures toutes les espèces qu'il a regardées comme nouvelles ou mal connues.

» Les espèces de corps organisés fossiles du terrain crétacé de l'Aube sont d'environ 190, dont 45 nouvelles.

» Sur les 190 débris organiques, tant végétaux qu'animaux, 55 appartiennent à la craie blanche et 135 à la partie inférieure de cette formation, désignée par les noms d'argile téguline et de grès vert. Il rapporte une partie de ces argiles aux terrains également argileux, très caractérisés en Angleterre, et nommés *gault* par les géologues anglais.

» M. Leymerie évalue dans l'Aube à 150 mètres la puissance moyenne des trois étages du terrain crétacé, c'est-à-dire depuis la craie blanche jusqu'au *gault* inclusivement.

» C'est au-dessous de cette roche argileuse qui, retenant toutes les eaux du terrain supérieur, est devenue presque populaire dans ces derniers temps,

pour avoir été nommée comme le fond du bassin de l'eau jaillissante de Grenelle; c'est, disons-nous, au-dessous de cette roche que commence le terrain néocomien. Il se divise aussi en trois étages, caractérisés assez faiblement par les roches, mais éminemment par les fossiles organiques. L'une des roches de la première division est une argile plastique, qui en a tous les caractères, et qui en a tous les emplois en raison de sa plasticité et de son infusibilité. L'argile de forge, employée pour faire les pots ou creusets de verrerie, nous en offre un exemple élémentaire. C'est aussi dans cette division que se montrent les premiers minerais de fer exploitable, le fer oolithique et les fucoïdes végétaux, marque caractéristique des terrains crétacés en général et du terrain néocomien en particulier; enfin c'est dans la deuxième division, encore principalement argileuse, que se trouve le calcaire compacte pétri de petites coquilles caractéristiques de ces terrains, et qu'on nomme *exogyra*. Ce calcaire est quelquefois susceptible, par sa compacité, de recevoir le poli du marbre.

» La troisième assise offre une autre grande famille de mollusques, ce sont des débris d'un genre de la famille des oursins nommée spatangues.

» Cet étage repose sur le calcaire jurassique: il est souvent difficile de l'en distinguer, si l'on n'examine que son mode de stratification, ses roches et ses minéraux; mais quand on a recours à cet autre signe caractéristique qui n'a pas encore trompé, à la comparaison rigoureuse des débris organiques, on trouve dans les espèces du terrain néocomien et du terrain jurassique des différences frappantes, surtout si, pour éviter les discussions sur la réalité des ressemblances de quelques espèces, que les uns érigent en espèces distinctes, que d'autres ne considèrent que comme des variétés, on ne prend ses caractères paléontologiques que dans l'ensemble des dissemblances et des ressemblances.

» Après avoir ainsi caractérisé le terrain néocomien, avoir fait ressortir les différences qui le distinguent de la craie qui le recouvre, après en avoir fait remarquer toutes les particularités, telles que sa configuration extérieure lorsqu'il est dénudé, ses enfoncements ou gouffres, de 10 à 12 mètres de profondeur, qui absorbent toutes les eaux pluviales, M. Leymerie décrit toutes les parties du département de l'Aube qui appartiennent à ce terrain, et les compare avec les terrains analogues que l'on connaît en Angleterre, en France, en Allemagne, en Suisse près de Neufchâtel, d'où, comme nous l'avons déjà dit, lui vient son nom, etc.

» Nous ne suivrons pas plus l'auteur dans cette longue énumération que nous ne l'avons suivi dans la description des roches, des minéraux, des

minerais et des corps organisés fossiles de ces terrains. Il a rassemblé, décrit, figuré ces derniers avec un grand soin, et avec cette critique qui prouve que l'espèce que l'on cite est bien celle qui a déjà reçu le nom qu'on lui applique, si elle a été déjà décrite, ou qu'elle est réellement nouvelle pour la science.

» Ces descriptions sont bien faites, d'une bonne mesure. Les figures qui représentent les espèces nouvelles sont d'une grande perfection; car, comme l'un de nous l'a dit il y a longtemps, cette perfection est indispensable pour rendre utiles les représentations de ces corps qui diffèrent souvent si peu l'un de l'autre, et dont les différences cependant sont d'une si grande importance dans leur application à la géologie.

» M. Leymerie a mentionné 150 espèces du terrain néocomien, il les a décrites la plupart, les unes comme nouvelles, les autres comme susceptibles de quelques observations.

» L'ouvrage de M. Leymerie, dont nous n'avons pu donner qu'une idée générale à l'Académie, mais que nous avons étudié avec soin, est immense; il suppose dans son auteur l'association d'un travail minutieux par ses détails, fatigant par la persévérance qu'il a fallu mettre pour n'en négliger aucun et pour parcourir toutes les localités où l'auteur espérait retrouver et étudier les terrains, avec les études préliminaires et l'esprit de généralisation qu'il a fallu posséder pour établir les rapports que M. Leymerie a fait ressortir.

» Nous pensons que le travail de M. Leymerie mérite l'approbation de l'Académie et l'honneur de l'insertion dans les *Mémoires des Savants étrangers.* »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

(Pièces dont il n'a pu être donné communication à la précédente séance.)

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur la délimitation de l'onde dans la propagation générale des mouvements vibratoires; par* M. **P.-H. Blanchet.**

(Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Cauchy, Liouville, Duhamel.)

« Dans le tome X des *Mémoires de l'Académie des Sciences,* M. Poisson a démontré les lois de la propagation sphérique des mouvements vibratoires.

En se bornant à prendre les parties les plus considérables de ses intégrales, il a trouvé deux ondes sphériques. La forme des intégrales complètes montre qu'il peut y avoir entre les deux ondes des mouvements comparativement plus ou moins négligeables; mais il n'y a rien en-deçà de la plus petite onde, rien au-delà de la plus grande. Les intégrales de M. Ostrogratski présentent aussi ce dernier caractère. L'Académie n'a pas oublié sans doute toute l'importance qu'y attachait le grand géomètre qu'elle a perdu.

» Sur l'invitation de M. Liouville, j'ai entrepris de trouver le même caractère pour le cas général de la propagation des mouvements vibratoires dans les milieux élastiques cristallisés d'une manière quelconque. C'est l'objet de ce troisième Mémoire.

» Déjà, depuis longtemps, dans ses leçons au Collége de France, M. Cauchy avait trouvé une limite inférieure, pour ainsi dire, en évidence dans une certaine forme d'intégrale quadruple, qu'il a donnée à cette époque (1).

» Dans mon premier Mémoire, par la réduction des intégrales générales et par la discussion des intégrales réduites, j'ai établi les lois de la propagation dans le cas général. Les formules ne révèlent immédiatement aucune limite supérieure. Aujourd'hui, sans rien négliger, par l'application de l'un des premiers principes du calcul des résidus de M. Cauchy, à l'aide d'une transformation préalable fondée sur des considérations géométriques, je suis parvenu à traiter cette autre question, peut-être aussi difficile *à priori* que la recherche des lois de la propagation :

» *Il n'y a, en général, ni déplacement ni vitesse au-delà de la plus grande nappe des ondes.*

» J'ajouterai bientôt à ce travail les résultats de l'examen d'une particularité importante. »

---

(1) Dans les 7e et 8e livraisons de ses *Nouveaux Exercices*, pages 210 et 211, M. Cauchy traite fort simplement l'onde sphérique et l'onde ellipsoïdale : il avait déjà parlé des intégrales doubles dont on déduit la première dans un Mémoire daté des 31 mai et 7 juin 1830 (*Mémoires de l'Académie des Sciences*) ; mais je n'ai pas fait usage de ces cas particuliers, qui d'ailleurs sont des conséquences faciles de la question générale.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Méthode pour calculer les rouages ; par* M. PECQUEUR.

(Commissaires, MM. Arago, Poncelet, Gambey, Piobert.)

Ce Mémoire est accompagné de la lettre suivante :

« Déjà, à deux époques assez éloignées (en 1818 et 1820), j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie deux Mémoires sur la découverte que j'avais faite d'un système de rouage dont les propriétés sont telles, qu'en combinant leur application, on peut obtenir des additions, des soustractions et des équations mécaniques. Comme ces propriétés deviennent, pour la science des machines, des éléments réellement nouveaux, leurs diverses combinaisons avec les éléments connus pourront, sans aucun doute, recevoir dans l'industrie de nombreuses et utiles applications.

» Dans mes premiers Mémoires, il a déjà été démontré qu'en adoptant ce système, on peut établir, entre des axes, des vitesses angulaires relatives quelconques, au moyen des roues dentées engrenant entre elles. Telles sont, en effet, les bases sur lesquelles j'ai voulu que reposât la nouvelle méthode par moi imaginée pour calculer les rouages, la seule avec laquelle on puisse résoudre tous les problèmes imaginables.

» Un Rapport fut fait sur cette méthode, à l'Académie des Sciences, en 1823, par MM. Arago, Breguet, et de Prony rapporteur. Mais cette méthode, il faut l'avouer, n'était guère alors qu'un essai, qu'une ébauche, si on la compare à celle qui devait en résulter. Elle avait besoin d'être revue sous plusieurs rapports, d'être mûrie : les rouages qu'elle donnait étaient compliqués et en grand nombre.

» Aujourd'hui ces rouages sont peu nombreux, extrêmement simples; la méthode qui les régit me paraît arrivée au plus haut degré de perfection où je puisse l'élever; elle est à la portée de toutes les intelligences, et d'une application incomparablement avantageuse. Je viens donc soumettre une dernière fois mon travail à la haute appréciation de l'Académie.

» Parmi les exemples d'application que je donne vers la fin du Mémoire ci-joint, qu'il me soit permis d'appeler l'attention sur deux instruments importants qui manquent encore à l'industrie : sur un *régulateur* propre à régler, à l'aide d'un pendule, la vitesse des moteurs; sur un *dynamomètre permanent*, qui a pour but non-seulement de mesurer la force totale d'un moteur et celle qu'il déploie dans tous les instants d'un travail utile, mais encore de mesurer la résistance totale ou partielle des machines, métiers, appareils, etc., qu'il fait mouvoir. »

ASTRONOMIE. — *Détermination de l'obliquité de l'écliptique, d'après les observations solsticiales; par* M. **Eugène Bouvard**. — *Détermination du même élément; par* M. **V. Mauvais**.

(Commissaires, MM. Arago, Damoiseau, Liouville.)

Nous rendrons un compte détaillé de ces deux communications quand les Commissaires auront fait leur rapport.

M. de **Meyendorff** adresse une *carte géologique de la Russie*, accompagnée d'un Mémoire explicatif.

(Renvoi à une Commission composée de MM. Beautemps-Beaupré, Cordier, Élie de Beaumont.)

M. **Mercier** adresse une Note en réponse à la réclamation de M. Civiale concernant des *recherches sur les brides de l'orifice interne de l'urètre*.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. **Sorel** écrit relativement à un moyen qu'il a imaginé pour *durcir le plâtre*.

Ce moyen consiste à gâcher le plâtre avec une solution de sulfate de zinc neutre à 8 ou 10 degrés de l'aréomètre. « Le plâtre ainsi préparé peut, dit M. Sorel, être employé avec avantage pour les scellements des pièces en fer dans les maçonneries; il a cet avantage sur le plâtre commun, qu'il paraît préserver le métal de l'oxidation. »

(Renvoi à la Commission nommée pour le procédé de MM. Greenwood et Savoie.)

A.

(Pièces de la séance du 21 juin.)

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Notice sur les principaux résultats d'observations et d'expériences relatives à la coloration des tissus de l'Hydre, au retournement, à l'engaînement, à la greffe, aux monstruosités et à la maladie pustuleuse de cet animal; par* M. **Laurent**.

(Commission précédemment nommée.)

« *Coloration.* — I. Ayant pu constater, dans mes recherches, le siége des substances qui donnent aux Hydres leurs diverses couleurs naturelles,

j'ai dû tenter de modifier cette coloration des tissus vivants de ces animaux, d'abord en répétant les procédés de Trembley, et en instituant ensuite de nouvelles expériences à ce sujet. Je suis ainsi parvenu à colorer artificiellement, toutefois sans pénétration réelle dans le tissu, les Hydres vivantes en bleu, en rouge et en blanc, au moyen du carmin, de l'indigo et de la craie. Je mets sous les yeux de l'Académie, des Hydres colorées avec ces trois substances.

» Je dois ici faire remarquer que les bourgeons de ces Hydres ont acquis, dans le cours de l'expérience, la même couleur que leurs mères, tandis que la couleur des œufs persiste comme dans l'état naturel et ne subit aucune modification, quoique l'Hydre mère ait été nourrie avant et pendant ce mode de reproduction avec des substances colorantes, et que son corps et ses bras soient très vivement colorés.

» *Retournement et engaînement.* — II. Les expériences que j'ai dû répéter, relativement au retournement et à l'engaînement des Hydres, confirment les résultats de toutes celles qui ont été faites par Trembley. J'ai eu en outre occasion d'observer fréquemment des cas dans lesquels les Hydres se retournent et s'engaînent elles-mêmes naturellement.

» *Greffes.* — III. Les expériences de Trembley sur la greffe des Hydres ayant été tentées sans succès par Backer, je me suis attaché à instituer plusieurs genres d'opérations pour greffer ces animaux, et je suis parvenu à trouver des procédés très simples et très faciles qui ne sont qu'une imitation de ceux usités pour les végétaux.

» Je distingue trois sortes de greffes ou soudures que l'on peut obtenir en opérant, soit sur des individus adultes et entiers, soit sur les diverses sortes d'embryons gemmulaires, bouturains ou ovulaires, soit sur les diverses parties de ces individus de divers âges. J'ai cru devoir caractériser ces trois sortes de greffes d'Hydres par les trois sortes de surfaces mises en contact pour obtenir la soudure. Les procédés pour les obtenir sont la compression, la ligature et l'embrochement. Quelques jours avant de greffer, je donne aux Hydres des couleurs artificielles très vives, et je choisis toujours deux ou plusieurs individus de couleurs différentes pour les greffer les uns sur les autres.

» La première sorte de greffe est celle dans laquelle on produit la soudure de deux individus entiers au moyen du contact de deux surfaces dénudées, ou de plaies avec ou sans perte de substance. On doit rapporter à cette première sorte les greffes, soit de la moitié d'une Hydre bleue sur

une moitié d'Hydre rouge ou blanche, soit de trois tronçons appartenant chacun à une Hydre de couleur différente.

» La deuxième sorte de greffe se produit lorsque, après avoir obtenu le retournement naturel ou expérimental de deux ou trois Hydres, on les maintient en contact le temps nécessaire pour que la soudure des surfaces de la peau interne puisse avoir lieu. C'est donc une greffe d'Hydre par contact ou approche de leur peau interne, qu'on peut obtenir encore facilement.

» Enfin la troisième sorte de greffe ou celle résultant de la soudure de deux individus retenus longtemps en contact immédiat de leur peau externe ne réussit que rarement, et les Hydres, irritées par la compression ou la ligature qui les retient, se coupent souvent chacune en deux moitiés au lieu de se souder.

» *Monstruosités.* — IV. Les anomalies de développement sont très fréquentes chez l'Hydre. Les observations et les expériences que j'ai faites à ce sujet, me permettent de les grouper pour le moment dans un ordre qui permet de reconnaître et d'apprécier plusieurs sortes de monstruosités dont il n'est question, à ce que je crois, dans aucun traité systématique de Tératologie, ni dans les monographies sur l'Hydre.

» *Monstruosités provenant de diverses sortes de corps reproducteurs.* — Cet ordre est établi d'après les trois sortes de corps reproducteurs que présentent les Hydres.

» Les monstruosités de ces animaux se distinguent donc en

» 1°. *Monstruosités ovulaires*, c'est-à-dire qui peuvent se produire dans les œufs ou ovules.

» Quelque soin que j'aie mis à constater l'existence de cette première sorte d'anomalies, je n'ai point encore eu l'occasion de l'observer. Je donnerai plus tard la raison physiologique de la possibilité de non-existence de cette monstruosité.

» 2°. *Monstruosités gemmulaires*, c'est-à-dire résultant du bourgeonnement anormal. Je rapporte à ce genre d'anomalies :

» *a. Les Hydres à deux têtes* par persistance de continuité d'un bourgeon avec sa mère ;

» *b. Les Hydres à deux têtes* par soudure de deux bourgeons voisins qui se séparent ensuite de leur mère ou qui, continuant de lui être unis, forment ainsi une double monstruosité ; on a ainsi des Hydres à trois ou plusieurs têtes, plus ou moins espacées ou rapprochées, et toujours un seul pied ;

» *c. Les Hydres à deux ou plusieurs pieds.* Cette anomalie résulte de la transformation d'un seul ou de deux ou trois bourgeons en véritables pieds appartenant à un seul corps pourvu d'une seule tête.

» 3°. *Monstruosités bouturaires.* Ce dernier genre d'anomalie comprend toutes celles qui résultent du développement anomal des boutures ou fragments de tissus. Les principales sortes de ce genre sont :

» *a. Les Hydres à deux ou plusieurs têtes* par bourgeonnement double ou multiple d'une bouture ;

» *b. Les Hydres à une seule tête et à deux ou plusieurs pieds ;*

» *c. Les Hydres sans tête,* à corps plus ou moins avorté et réduit à un seul pied.

» *Monstruosités par greffes.* — Il conviendra de joindre à toutes ces monstruosités, qui se produisent naturellement ou expérimentalement chez l'Hydre, toutes celles qu'on peut obtenir au moyen des diverses sortes de greffes que j'ai déjà indiquées.

» *Retour des monstruosités de l'Hydre vers l'état normal.* — J'ai constaté que toutes ces Hydres monstrueuses qui sont en état de se reproduire, ne donnent point naissance à d'autres monstres, et que leurs petits sont en général des individus normaux. Je suis parvenu également à déterminer les diverses conditions physiologiques au moyen desquelles on peut prolonger l'état monstrueux ou favoriser la tendance naturelle de plusieurs de ces monstres au retour vers l'état normal.

» *Production de la maladie pustuleuse à volonté de l'expérimentateur.* — V. Ayant enfin étudié l'influence des circonstances atmosphériques sur la production de la maladie pustuleuse des Hydres, je suis parvenu à prévenir ou à provoquer cette maladie, lorsque j'en ai eu besoin pour bien reconnaître que les pustules ne sont point des organes testiculaires, et que le liquide qui en sort, quoique contenant des corpuscules vibrants zoospermoïdes, ne peut être considéré comme faisant l'office de sperme. »

BOTANIQUE. — *Mémoire sur la théorie des boutures ; par* M. **Bouchardat.**

(Commissaires, MM. de Mirbel, Ad. Brongniart, Richard.)

L'auteur passe successivement en revue les différentes circonstances qui peuvent favoriser ou contrarier, sur les tiges plongées dans l'eau, le développement des racines : il constate par voie d'expérience l'influence de la lumière, de la chaleur, celle de certains acides mêlés dans diverses propor-

tions au liquide ; il examine les conditions d'évolution des racines qui dépendent de l'état de la tige et celles qui tiennent à la nature de la plante; enfin il observe quels changements se produisent dans les organes d'un rameau placé dans les circonstances qui en peuvent faire une bouture.

Quand une tige feuillée dépourvue de racines est placée dans un vase plein d'eau, les parties vertes restent turgides pendant un temps souvent très long, mais sans prendre d'accroissement appréciable. L'eau pénètre d'abord par la section, mais cette voie diffuse et irrégulière ne tarde pas à être interrompue, du moins en grande partie, par la mortification de l'extrémité de la tige. Mais il existe des organes qui peuvent par un développement insolite, suppléer au défaut d'absorption résultant de cette altération: ce sont les *lenticelles*, organes dispersés irrégulièrement sur l'écorce et qui n'ont aucune communication avec l'intérieur. Ces lenticelles, essentiellement composées de tissu cellulaire, se gonflent par suite de l'immersion dans le liquide, deviennent très saillantes, et finissent par constituer des organes d'absorption que M. Bouchardat désigne sous le nom de spongioles caulinaires; elles se présentent alors sous la forme de masses blanches tubéreuses; quelquefois elles s'allongent comme de vraies racines, mais on peut toujours les distinguer de celles-ci, en ce que, même à cet état de développement, elles n'ont toujours de connexion qu'avec la partie extérieure de l'écorce.

Quand les spongioles caulinaires se sont développées sur une tige, sa conservation dans l'eau pure est assurée pour un temps indéfini; mais son accroissement reste nul ou insensible, car ce n'est point là un mode d'absorption normal. Il n'en est pas de même de l'absorption qui s'opère au moyen du développement d'organes spéciaux qui, d'abord confondus avec les lenticelles, en sont, d'après les observations de M. Bouchardat, essentiellement distincts. Considérant ces derniers organes comme les véritables bourgeons des racines, il les nomme des *rhyzogènes*.

« Au premier abord, dit-il, on pourrait confondre les rhyzogènes et les lenticelles; cependant avec un peu d'attention on voit que tandis que ces dernières sont dispersées sans ordre sur l'écorce, les autres y sont distribués d'une manière régulière. De plus, les lenticelles sont planes ou très légèrement bombées; les rhyzogènes, au contraire, forment des protubérances coniques: enfin l'examen microscopique montre que, tandis que les lenticelles sont, comme nous l'avons dit, essentiellement composées de tissu cellulaire et en connexion seulement avec la partie extérieure de

l'écorce, les rhyzogènes sont constitués par une association de vaisseaux et de tissus cellulaires, et ont une communication évidente avec l'axe ligneux. La conservation des parties vertes d'un rameau peut être le résultat du simple développement des spongioles caulinaires, ainsi que nous l'avons dit; mais c'est seulement par suite du développement des rhyzogènes que peut avoir lieu un véritable accroissement.»

Les parties de la tige inférieure au point où les rhyzogènes, en se développant, ont donné lieu à de véritables racines, se modifient d'une manière très sensible, et l'étude des changements qu'elle présente paraît, suivant M. Bouchardat, pouvoir fournir un nouvel argument en faveur de la théorie de M. Du-Petit-Thouars, sur le mode d'accroissement des plantes.

Pour la botanique proprement dite, la considération des rhyzogènes a aussi, suivant l'auteur, une certaine importance, et elle peut fournir de bons caractères pour distinguer les unes des autres des espèces voisines.

M. **Miergues** adresse une Note sur l'*étouffage des cocons* au moyen du gaz sulfhydrique.

(Commissaires, MM. de Silvestre, Chevreul, de Gasparin.)

M. **Vallot** adresse une Note sur l'anatomie de la *crevette des ruisseaux*, et sur la synonymie de ce crustacé.

(Commissaires, MM. Audouin, Milne Edwards.)

(Pièces de la séance du 14 juin.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Préfet de la Seine** invite l'Académie à lui faire connaître son jugement sur un *procédé de filtrage* proposé par M. *Souchon*, procédé dans lequel la laine est employée pour arrêter les parties les plus ténues des matières étrangères que l'eau tient en suspension.

MÉTÉOROLOGIE. — *Distribution de la chaleur à la surface de la terre; lignes isothermes.*

M. *Arago* a mis sous les yeux de l'Académie un ouvrage allemand de M. **Guillaume Mahlmann**, sur la distribution de la chaleur à la surface de

la terre, et une nouvelle carte des lignes isothermes. Cet ouvrage est, sans contredit, le travail le plus considérable qui ait été jamais exécuté sur une des plus importantes questions de la physique du globe. Il renferme les températures *discutées* de sept à huit cents points des deux continents. Les bandes isothermes qui en résultent, diffèrent en général très peu de celles que M. de Humboldt fixa dans son célèbre Mémoire de 1817. On y remarque seulement une petite diminution de déclinaison dans les parties correspondantes aux côtes occidentales d'Europe, et un tracé des lignes isothermes de 20 à 27°,5, moins parallèle à l'équateur qu'on ne l'avait admis jusqu'ici. M. Mahlmann examine en détail les complications spéciales aux climats de l'Inde; l'étendue et les limites d'influence du *Gulph-Stream;* les anomalies dont la chaîne des Alleghanis pourrait bien être la cause, etc. Les météorologistes ne liront pas avec moins d'intérêt, l'examen que M. Malhmann a fait des *équateurs de chaleur;* des quatre pôles frigorifiques admis par quelques physiciens; de cette question capitale : les sommets convexes et concaves des lignes isothermes marchent-ils? Enfin, tout le monde trouvera avec plaisir dans l'ouvrage, la table la plus complète possible des maxima et minima de température sous toutes les latitudes.

GÉOGRAPHIE. — En présentant à l'Académie de nouvelles cartes de M. **Charles Zimmermann**, le Secrétaire en a donné un aperçu à peu près en ces termes :

La première carte représente l'isthme entre le lac Aral et la mer Caspienne (le terrain compris entre Orenbourg et le Khanat de Khiva, sur l'Oxus); c'est le théâtre de l'expédition militaire des Russes en 1839. La carte de M. Zimmermann offre l'ensemble des routes des voyageurs depuis le XVIIIe siècle, les traces de l'ancien état des bassins hydrauliques de l'Aral et de la Caspienne; des profils indiquant les deux nivellements géodésiques et barométriques entre la mer Noire et l'Aral. A ce travail est joint un Mémoire analytique qui renferme la discussion des positions et des recherches sur l'ancien cours de l'Oxus. La bibliothèque de l'Institut ne possédait jusqu'ici que la traduction anglaise de l'ouvrage de M. Zimmermann, publiée sous les auspices de la Société royale de Géographie de Londres.

La deuxième carte est celle de l'Asie centrale, comprise entre 32° 40′ et 43° 6′ de latitude et les méridiens de 59° $\frac{1}{2}$ et 76° $\frac{1}{2}$. Elle est en 4 feuilles, et se fonde sur l'ensemble des observations astronomiques, des itinéraires

et des mesures hypsométriques. M. Zimmermann y a joint une cinquième feuille offrant, selon la méthode de M. Élie de Beaumont, la direction des *surgissements linéaires* entre la chaîne volcanique des monts Célestes (le Thian-chan des géographes chinois) et la chaîne de l'Himalaya. Un ouvrage in-4°, *Analyse géographique de la nouvelle carte de l'Asie centrale*, renferme la discussion de 300 positions d'une certitude très inégale: les positions des astronomes arabes comparées aux déterminations modernes; le tableau des fondements de nos connaissances actuelles (tableau bibliographique); un résumé hypsométrique de près de 250 points, où les hauteurs qui résultent de mesures barométriques sont soigneusement distinguées de celles qui ne se fondent que sur les degrés de l'eau bouillante. M. Zimmermann confirme par ces mesures, par le cours des eaux, par une foule de points dont la hauteur au-dessus du niveau de l'Océan est connue, par des considérations de température, de géographie des plantes et de certaines cultures (coton, grenadiers, orangers, canne à sucre), l'opinion déjà émise de la non-existence d'un plateau central continu dans l'Asie intérieure. Il n'y a, dans cette région, comme à Quito et autour du lac de Titicaca, que des intumescences partielles entre deux chaînes de montagnes. Au centre de l'Asie, là où l'Irtyche sort du lac Djaisang, sur le territoire chinois, le sol n'a que 300 mètres d'élévation absolue; c'est presque 200 mètres de moins que la hauteur du sol ou pavé de la ville de Munich. Les lacs Djaisang et Oustyamenogery, où l'on a porté un baromètre de Bunten, sont cependant plus près de la mer de l'Inde que de la mer Glaciale. Le plateau du Gobi, entre Péking et le lac Baigal, dont les géographes et les voyageurs avaient si longtemps exagéré la hauteur, n'a que la *hauteur moyenne* de 1000 mètres. La partie centrale de ce désert, près d'Ergi, n'a que 780 mètres au-dessus du niveau de la mer: ce n'est pas le double de la hauteur de Clermont. Cependant le désert de Gobi a été mesuré tout récemment, non par le moyen de l'eau bouillante, mais au moyen du baromètre, par des voyageurs expérimentés: l'astronome M. Fuss et le botaniste M. Bunge. Le Mémoire analytique de M. Zimmermann indique de grandes dépressions dans le plateau de la Perse, qui d'ailleurs, entre Téhéran et Persépolis, conserve assez généralement 1200 à 1400 mètres d'élévation.

GÉODÉSIE. — *Rapport fait au Bureau des Longitudes sur la détermination de la longueur de l'arc du méridien, compris entre les parallèles de Dunkerque et de Formentera.*

(Commissaires, MM. Mathieu, Daussy, Largeteau rapporteur.)

« Lorsque MM. Biot et Arago présentèrent, en 1808, au Bureau des Longitudes, les observations géodésiques et astronomiques qu'ils avaient exécutées pour prolonger jusqu'à Formentera la mesure de la méridienne de Dunkerque, une Commission, composée de MM. Bouvard, Burckhardt et Mathieu, fut désignée pour calculer ces observations et en déduire l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et de Formentera. Le résultat auquel est parvenue cette Commission de 1808, est consigné dans la *Connaissance des Temps* pour 1810, où l'on trouve, page 486, distance méridienne de Dunkerque à Formentera $= 1\,374\,438^{\mathrm{m}},72$, et dans le 3e volume de la *Base du Système métrique*, où l'on voit, page 298, que cette même distance $= 705\,188^{\mathrm{T}},77$, ce qui est l'équivalent de la longueur précédente. Dans ce même volume, pages 77 et 89, Delambre donne la longueur de l'arc de méridien compris entre Dunkerque et Montjouy $= 551\,583^{\mathrm{T}},6$; en soustrayant cette quantité de la longueur totale de l'arc adoptée par la Commission de 1808, on a la longueur de l'arc partiel compris entre Montjouy et Formentera $= 153\,605^{\mathrm{T}},17$.

» M. le colonel Puissant ayant présenté l'évaluation de cette dernière longueur comme affectée d'une erreur de 69 toises, le Bureau des Longitudes a chargé une nouvelle Commission, composée de MM. Mathieu, Largeteau et Daussy, de faire les calculs propres à éclaircir cette question. Nous venons vous présenter le résultat du travail auquel nous nous sommes livrés.

» Notre tâche était naturellement divisée en deux parties distinctes : 1° il s'agissait de déterminer, par des méthodes rigoureuses, la véritable longueur de l'arc dont l'évaluation était contestée; 2° l'erreur étant une fois reconnue, d'un côté ou d'un autre, il fallait montrer d'où provenait cette erreur. Enfin, quelques doutes ayant été élevés sur la manière dont avaient pu être faits les calculs de l'ancienne Commission, il était important de prouver que chacun des trois Commissaires avait fait les calculs des côtés de la chaîne des triangles entre Matas et Formentera, et des différentes parties de l'arc du méridien. Nous nous empressons de dire qu'il ne peut rester aucune incertitude à cet égard, et les calculs originaux

que nous présentons au Bureau viennent à l'appui de notre assertion, qui sera d'ailleurs confirmée par les explications que nous donnerons plus loin.

» Pour atteindre plus sûrement le but qui nous était proposé, nous avons opéré chacun de notre côté sans nous rien communiquer; les méthodes n'ont pas été les mêmes; nous avons fait usage de tables de logarithmes différentes, les points de départ n'ont pas été non plus complétement identiques. Aussi nos résultats présentent-ils quelques discordances fort légères que nous avons laissé subsister, parce qu'elles n'ont aucune importance et qu'elles témoignent de la complète indépendance de nos opérations. C'est surtout dans les azimuts qui nous ont servi à orienter la chaîne des triangles, que l'on peut remarquer les plus grandes différences. Au reste nous nous sommes rendu compte de l'influence de ces différences sur la longueur de l'arc de méridien compris entre Montjouy et Formentera, et nous avons reconnu qu'à une variation de $+1''$ dans l'azimut de départ, correspond une variation de $-0^{T},1318$ dans la longueur de l'arc de méridien précédent.

» M. Mathieu a calculé les côtés des triangles en employant les angles que l'on trouve dans le volume publié par MM. Biot et Arago, pages 179 à 182, dans la colonne qui a pour titre : *Angles arrêtés par nous.* Ces angles résultent de certaines combinaisons que MM. Biot et Arago ont faites de leurs observations postérieurement au travail de la Commission de 1808, combinaisons sur lesquelles ces deux savants ont donné des explications fort étendues dans les notes imprimées à la suite de leurs observations. MM. Largeteau et Daussy ont adopté pour angles de leurs triangles, ceux que l'on trouve dans le même volume, pages susdites, dans la colonne qui a pour titre : *Angles arrêtés par la Commission.* Malgré ce titre, ces angles diffèrent de quelques dixièmes de seconde de ceux qu'avait effectivement employés l'ancienne Commission. Notre base de départ a été la longueur du côté Matas-Montserrat, telle qu'elle est rapportée page 837 du IIe volume de la *Base du Système métrique.* MM. Mathieu et Largeteau ont résolu les triangles comme des triangles sphériques, en se servant, M. Mathieu, des tables de Briggs à 10 décimales, et M. Largeteau des tables de Bagay à 7 décimales; M. Daussy a fait usage des tables de Callet, et a traité les triangles comme des triangles rectilignes, selon la méthode de Legendre. Malgré cette diversité de méthodes et de données, il n'y a que de légères différences entre les longueurs des côtés obtenues soit par l'ancienne Commission, soit par nous, comme on

peut le voir dans les tableaux annexés à notre Rapport. Nos résultats sont également bien d'accord avec ceux que M. Puissant a trouvés de son côté.

» Pour obtenir la longueur de l'arc du méridien, M. Mathieu, partant de l'azimut de Matas sur l'horizon de Montjouy = 207° 40′ 15″,4 (*Base du Système métrique*, vol. III, page 264) et de la latitude de Montjouy = 41° 21′ 46″,6 (*Base du Système métrique*, vol. III, page 549), a calculé les latitudes de Matas, la Morella, Saint-Jean, Montsia, le Desierto, Campvey et Formentera, puis l'azimut de chacun de ces points sur l'horizon du précédent; ensuite il a mené par les points que nous venons de nommer des arcs de grand cercle perpendiculaires au méridien de Dunkerque. Ces perpendiculaires interceptent sur le méridien de Dunkerque des arcs que M. Mathieu a calculés successivement; la somme de ces arcs = 161 796^{T},586, est sur le méridien de Dunkerque l'intervalle entre la perpendiculaire de Matas et celle de Formentera. Au nombre précédent ajoutant la distance de Dunkerque à la perpendiculaire de Matas = 543 286^{T},4 (*Base du Système métrique*, tome III, page 268), M. Mathieu a eu la distance de Dunkerque à la perpendiculaire de Formentera = 705 082^{T},986. L'arc de grand cercle mené par Formentera perpendiculairement au méridien de Dunkerque, ne se confond pas avec le parallèle de Formentera: ces deux arcs sont, sur le méridien de Dunkerque, distants d'une quantité que M. Mathieu a calculée et trouvée = 173^{T},005. En ajoutant ce nombre au précédent, M. Mathieu a obtenu

Distance de Dunkerque au parallèle de Formentera = 705 255^{T},991.

Pour en déduire la distance méridienne de Montjouy à Formentera, il est évident qu'il suffit d'en retrancher la distance méridienne de Dunkerque à Montjouy, distance = 551 583^{T},6, comme nous l'avons vu plus haut, ce qui donne

Distance méridienne de Montjouy à Formentera = 153 672^{T},391.

» M. Largeteau a calculé cette dernière distance en faisant usage de la méthode de rectification proposée par Legendre. Au premier abord, il semble, à cause du grand éloignement où les sommets des triangles se trouvent par rapport au méridien de Dunkerque, que la méthode n'est pas applicable dans le cas actuel. Mais si l'on considère que dans tous les calculs de la nature de celui qui nous occupe, on suppose la Terre un ellipsoïde de révolution, on arrivera à cette conséquence que tous les méridiens sont égaux, et que les arcs de deux méridiens quelconques, com-

pris entre les mêmes parallèles, sont aussi égaux entre eux, et peuvent être pris l'un pour l'autre. D'où il résulte que si le méridien de Dunkerque est trop éloigné des triangles mesurés par MM. Biot et Arago, rien n'empêche de remplacer ce méridien par un autre méridien qui soit placé par rapport à ces triangles, de telle sorte que l'application de la méthode de Legendre devienne facile. Si l'on jette les yeux sur la carte des triangles, on reconnaît promptement que le méridien de Saint-Jean est convenablement placé; c'est aussi celui que M. Largeteau a choisi. Si l'on prolonge jusqu'à la rencontre de ce méridien les côtés Matas-Montserrat, Montjouy-Montserrat, la Morella-Montagut, le Tosal-Montsia, et que l'on joigne avec le Desierto le point de rencontre de ce dernier côté prolongé et du méridien, on formera une suite de triangles ayant un ou deux sommets sur le méridien, et qu'il suffira de résoudre pour avoir la longueur demandée de l'arc du méridien.

» Cette manière de procéder suppose que l'on connaisse l'orientation de la chaîne des triangles par rapport au méridien de Saint-Jean. Or, M. Méchain avait observé à Montjouy l'azimut de Matas; cet azimut $= 207° 39' 57'',5$ (*Base du système métrique*, tome II, page 149). M. Méchain avait aussi observé la latitude de Montjouy: cette latitude $= 41° 21' 44'',9$ (*Base du système métrique*, tome II, page 563). En partant de ces données, M. Largeteau a calculé l'azimut de Montagut sur l'horizon de Saint-Jean, et l'a trouvé $= 191° 48' 22'',98$. A cette occasion, nous ferons remarquer que la latitude observée de Montjouy ne sert qu'à passer de l'azimut de Matas sur l'horizon de Montjouy à l'azimut de Montagut sur l'horizon de Saint-Jean, et qu'une incertitude de quelques secondes sur la latitude de Montjouy serait pour cet objet sans aucune importance.

» Par les deux extrémités de la chaîne des triangles, Montjouy et Formentera, M. Largeteau a mené des arcs de grand cercle perpendiculaires au méridien de Saint-Jean; il a tenu compte de la distance méridienne comprise entre le pied de chacune de ces perpendiculaires et le parallèle correspondant, et il a ainsi trouvé

Distance méridienne de Montjouy à Formentera $= 153674^{T},48$.

» M. Daussy a suivi une marche tout-à-fait différente; il a calculé, par les formules de Delambre (*Base du Système métrique*, tome III, pages 19 et suiv.), les latitudes et longitudes de tous les sommets des triangles, ainsi que l'azimut de chaque côté sur l'horizon de ses deux extrémités.

Pour ce calcul, M. Daussy est parti des données suivantes : latitude de Matas = 41° 30′ 29″,0 (*Base du Système métrique*, tome III, page 268); azimut de Montserrat sur l'horizon de Matas = 105° 50′ 13″,1 — 25″ (tome III, p. 264), la correction — 25″ étant destinée à rapprocher les azimuts calculés par la suite des triangles de ceux qui ont été observés dans les points les plus voisins (*voir* tome III, page 206). Ensuite, à l'aide de la formule de Delambre,

$$P = - K \cos Z - \tfrac{1}{2}\frac{K^2}{N}\sin^2 Z \tang H + \tfrac{1}{6}\frac{K^3}{N^2}\sin^2 Z \cos Z\,(1 + 3\tang^2 H),$$

qui donne la longueur de l'arc de méridien compris entre les parallèles menés par les deux extrémités du côté K, M. Daussy a calculé les intervalles des parallèles menés par les extrémités des côtés Matas-la Morella, la Morella-Saint-Jean, Saint-Jean-Montsia, Montsia-le Desierto, le Desierto-Campvey et Campvey-Formentera. La somme de ces intervalles partiels a donné à M. Daussy l'arc de méridien compris entre les parallèles de Matas et de Formentera = 161 970^T,14. M. Daussy a vérifié ce résultat en calculant les intervalles des parallèles menés par les extrémités des côtés Matas-Montserrat, Montserrat-Montagut, Montagut-Lleberia, Lleberia-Bosc, Bosc-le Tosal; le Tosal-Arès, Arès-Espadan, Espadan-Cullera, Cullera-Mongo et Mongo-Formentera. Faisant la somme des résultats partiels, il a obtenu une nouvelle valeur de l'arc de méridien compris entre Matas et Formentera = 161 970^T,03. De la moyenne de ces deux nombres = 161 970^T,08, il a retranché 8294^T,42, intervalle des parallèles de Matas et Montjouy, calculé avec l'azimut qu'il avait adopté, ce qui lui a donné

Distance méridienne de Montjouy à Formentera = 153 675^T,66.

» En récapitulant ce que nous venons de dire, on voit que la distance méridienne de Montjouy à Formentera a été trouvée

par M. Mathieu........	153 672^T,39,
par M. Largeteau.......	153 674,48,
par M. Daussy.........	153 675,66,
par M. Puissant........	153 674,01 :

les différences entre ces quatre résultats sont petites, et proviennent de la non-identité des points de départ. Ainsi l'erreur signalée par M. Puissant est incontestable. Ceci étant reconnu, nous avons dû rechercher quelle

avait été la cause de l'erreur dont est affecté le résultat adopté par l'ancienne Commission.

» Les calculs originaux, que nous venons de présenter au Bureau, ne disent pas d'une manière explicite quelle a été la formule employée; mais ils sont dans toutes leurs parties l'application exacte d'une formule donnée en manuscrit par Delambre à la Commission de 1808, formule que, plus tard, il a reproduite dans le IIIe volume de la *Base du Système métrique*, pages 4 et suivantes, et dont il a donné un exemple numérique, page 190 du même volume. Pour nous assurer de ce que nous venons de dire, nous avons aussi suivi cette formule, en adoptant la distance de Matas à la méridienne de Dunkerque, 4691^T,0 (*Base du Système métrique*, tome IIIe, page 268), et en prenant, comme l'ancienne Commission, 51° 22′ 31″,37 pour l'azimut de la Morella sur l'horizon de Matas, azimut déduit conformément à la méthode de Delambre, de celui de Matas, observé à Montjouy. Pour ce calcul, M. Mathieu a de nouveau déterminé les longueurs de tous les côtés des triangles, en adoptant les mêmes angles que MM. Largeteau et Daussy.

» Nous avons ainsi calculé successivement la projection rectangulaire, par des arcs de grand cercle, sur le méridien de Dunkerque, des côtés Matas-la Morella, la Morella-Saint-Jean, Saint-Jean-Montsia, Montsia-le-Desierto, le Desierto-Campvey et Campvey-Formentera. La somme des arcs partiels a été trouvée

Par M. Mathieu...............	161 902^T,808,
Par M. Largeteau...............	161 902,83 ,
Par M. Daussy...............	161 902,83 ,
L'ancienne Commission avait eu...	161 901,534.

(Nous avons déjà fait observer que les angles des triangles employés par l'ancienne Commission n'étaient pas tout-à-fait les mêmes que ceux qui sont imprimés dans l'ouvrage de MM. Biot et Arago, et que nous avons adoptés.)

» L'ancienne Commission, après avoir obtenu le nombre 161 901^T,534, l'a ajouté au nombre 543 286^T,4, qui est la distance de Dunkerque à la perpendiculaire de Matas (*Base du Système métrique*, tome IIIe, page 268); elle a ainsi trouvé le nombre 705 187^T,934 (*), qu'elle a présenté comme

(*) Ce nombre est celui que nous trouvons dans les calculs manuscrits de l'ancienne Commission; il diffère de 0^T,84 de celui qui a été publié par M. Delambre, et dans la *Connaissance des Tems* pour 1810. Nous ignorons la raison de cette différence.

la distance méridienne de Dunkerque *au parallèle* de Formentera, tandis que c'est seulement la distance de Dunkerque *à la perpendiculaire* de Formentera. Pour avoir la distance entre les parallèles de Dunkerque et de Formentera, il faut, au nombre ci-dessus, ajouter la longueur de l'arc du méridien de Dunkerque, qui est compris entre le parallèle et la perpendiculaire de Formentera. Or, cette longueur, calculée suivant la formule de Delambre, employée par l'ancienne Commission, $= 169^T,88$. Par conséquent si cette Commission n'eût pas fait l'omission que nous venons d'indiquer, elle eût dû trouver

Distance méridienne de Dunkerque à Formentera........ $= 705\,357^T,814$.

» Si nous voulons estimer l'erreur qui, dans le cas actuel, est due à l'emploi de la formule de Delambre, à la distance de Dunkerque à Montjouy $= 551\,583^T,6$, ajoutons la distance de Montjouy à Formentera $= 153\,674^T,14$ (moyenne des quatre résultats obtenus par M. Puissant et par nous), et nous aurons

Distance méridienne de Dunkerque à Formentera....	$705\,257^T74$,
La formule de Delambre donne..................	705 357,81,
Erreur de la formule de Delambre...............	+ 100,07.

» Maintenant si l'on se reporte par la pensée au temps où l'ancienne Commission fut chargée de calculer les observations de MM. Biot et Arago, on comprendra facilement que les Commissaires durent prendre conseil de l'illustre astronome, dont l'autorité, en matière de géodésie, était et devait être si grande, et qui, alors même, était occupé de la rédaction du IIIe volume de la *Base du Système métrique*. Delambre, à l'occasion de la mesure de la méridienne de Dunkerque, à laquelle il a si glorieusement attaché son nom, avait abordé tous les problèmes de la géodésie; il avait, pour chacun d'eux, donné des solutions plus rigoureuses que celles qu'on avait avant lui, et s'était plu à les varier pour en tirer continuellement des moyens de vérification. Dans la question de la rectification d'un arc de méridien, il avait fait usage de plusieurs méthodes, et notamment de celle qu'ont suivie MM. Bouvard, Burckhardt et Mathieu: toutes avaient donné des résultats presque identiques; ce qu'il faut, sans aucun doute, attribuer à la direction de la chaîne des triangles mesurés par Méchain et par lui, chaîne qui était dans presque toute sa longueur traversée par le méridien de Dunkerque, d'où il résultait que tous les sommets des triangles étaient fort peu éloignés de ce méridien. Le passage suivant servira à faire connaître

l'opinion de Delambre sur la méthode de rectification employée par l'ancienne Commission.

« Jusqu'à nous, on avait déterminé les parties de la méridienne par » des perpendiculaires abaissées des deux extrémités de ceux d'entre les » côtés des triangles qui étaient moins inclinés à la méridienne. Cette mé- » thode, la plus simple de toutes, était sujette à plusieurs erreurs dont je » donne les corrections. Elles se réduisent à cinq petits termes, dont trois » se prennent à vue dans des tables ; et les deux autres n'emploient que » des logarithmes constants ou connus par ce qui précède. Je me suis » avisé trop tard de ce moyen, que j'eusse préféré à tous les autres, et » que j'ai essayé avec succès sur l'arc entre Dunkerque et Bourges, cal- » culé déjà de tant d'autres manières. » (*Base du Système métrique*, tome IIIe, pages 1 et 2 de l'avertissement.)

» Cette méthode, *la plus simple de toutes*, est précisément celle que la Commission de 1808 a suivie, en ayant égard aux cinq corrections qui devaient lui donner toute la rigueur désirable. Plus loin (page 3 de l'avertissement), Delambre ajoute : « Je recommanderais la méthode des per- » pendiculaires et celle des cordes comme les plus expéditives sans aucune » comparaison, comme celles qui offrent un accord plus grand et plus » constant entre toutes les parties de la méridienne et des triangles, enfin » *comme les seules* dont je me servirais en pareille occasion. »

» L'occasion ne tarda pas à se présenter, et l'influence assurément bien légitime de Delambre fit adopter par la Commission sa méthode de prédilection.

» Nous irons au devant d'une objection, quoique réellement elle ne puisse avoir rien de sérieux pour ceux qui ont mûrement réfléchi sur le système métrique :

» L'erreur de calcul que nous venons de signaler n'apportera-t-elle pas, dira-t-on, quelque modification à la longueur du mètre ?

La réponse est très-facile.

» La longueur du mètre a été fixée d'une manière définitive par la Commission des poids et mesures ; cette longueur ne pourra ni ne devra jamais être changée.

» Le principal mérite de l'unité nouvelle consistait dans les opérations très précises qu'on exécuta pour donner les moyens de la retrouver si les étalons venaient à se perdre ou à être détruits. Ces moyens sont de deux sortes : le pendule et la longueur de l'arc du méridien qui joint Dunkerque et Montjouy. Quant au rapport simple qu'on essaya d'établir entre le mètre

et le quart du méridien, tous les savants durent comprendre dès l'origine que ce rapport serait jusqu'à un certain point hypothétique, qu'il impliquerait la parfaite exactitude de la mesure de l'arc du Pérou et la connaissance de l'aplatissement, que des opérations exécutées avec de meilleurs instruments pourraient bien montrer que le mètre adopté n'était pas rigoureusement la dix-millionième partie du quart du méridien; qu'en un mot le nouveau système porterait, en naissant, l'empreinte de l'état de la science contemporaine sur la question de la grandeur et de la figure de la Terre. Malgré ces petites incertitudes, on ne renonça pas au projet de faire du mètre une partie aliquote du quart du méridien, car c'était le seul moyen de donner à cette mesure de longueur un caractère de généralité dont pussent s'accommoder toutes les nations du monde.

» Si jamais on avait pu avoir l'étrange pensée de faire varier l'unité de longueur au fur et à mesure des progrès de la géodésie, on aurait été contraint de l'abandonner en voyant tant de mesures des méridiens et des parallèles manifester des irrégularités locales très considérables et prouver que le globe en masse n'est pas un solide de révolution. L'opération dont nous venons de calculer les résultats (la mesure de l'arc compris entre Montjouy et Formentera), celles qu'on a faites depuis en France, en Angleterre, en Allemagne, en Danemarck, dans l'Inde, n'ont eu et ne pouvaient avoir pour objet que l'étude délicate et importante de la figure de la Terre. Le mètre était hors de question; sa longueur, nous le répétons, a été fixée d'une manière absolue, définitive; les progrès de la géodésie, quelque grands qu'ils puissent être, n'y changeront rien; seulement et au besoin ils fourniraient de nouveaux moyens d'en retrouver la longueur.

» Si l'erreur commise dans l'évaluation de l'arc du méridien de Dunkerque compris entre les parallèles de Montjouy et de Formentera doit être, relativement à la valeur du mètre, regardée comme indifférente, il n'en est pas ainsi quant à la connaissance exacte de la figure du globe que nous habitons, et nous devons dire à cette occasion que M. le colonel Puissant a rendu un véritable service à la géodésie, en dévoilant une erreur de calcul qu'il était important de connaître et qui eût pu rester longtemps inaperçue.

» En résumé, la Commission de 1808 a fait une application exacte de la formule de Delambre, mais elle n'a pas eu égard à la distance entre le parallèle de Formentera et le pied de sa perpendiculaire. La formule de Delambre, qui suppose le parallélisme des méridiens, n'est pas applicable à des triangles qui, comme ceux de MM. Biot et Arago, sont très éloignés du méridien. Cette formule donne, pour l'intervalle entre les parallèles de

Montjouy et de Formentera, une distance trop grande de 100 toises; d'une autre part l'omission faite par la Commission de 1808 a causé une erreur en sens contraire de 170 toises, en sorte qu'en définitive l'arc obtenu par la Commission de 1808 est trop petit de 70 toises. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Tremblements de terre dans les différents siècles et aux différentes époques de l'année.*

M. **Alexis Perrey**, agrégé à la Faculté des Sciences de Dijon, annonce, dans une lettre adressée à M. *Arago*, qu'il s'occupe de recherches historiques sur les tremblements de terre. A la Lettre est joint un spécimen de ce travail, que l'auteur donne dans le but de provoquer des remarques sur le plan qu'il a suivi et qu'il modifierait au besoin. M. Perrey exprime le regret de n'avoir pas à sa disposition plusieurs grandes collections de chroniques, dans lesquelles il trouverait probablement enregistrés un bon nombre des faits dont il s'occupe. Cependant les sources qu'il a pu consulter jusqu'ici lui ont donné pour 13 siècles (de 306 à 1583) un nombre de 262 tremblements de terre qui, répartis les uns par mois et les autres par saisons, semblent déjà faire pressentir l'existence d'une inégalité dans le degré de fréquence de ces sortes de phénomènes aux différentes époques de l'année. Nous reproduisons ici le tableau que M. Perrey a dressé.

MÉTÉOROLOGIE. — *Résumé, par mois et par siècles, des tremblements de terre, de 306 à 1583.*

SIÈCLES.	AVEC DATES DE JOURS OU DE MOIS.												AVEC DATES DE SAISONS SEULEMENT.		Sans autre date que celle de l'année.	TOTAL par siècle.
	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Septem.	Octobre.	Novembr.	Décembr.	Automne et hiver.	Printemps et été.		
4e	1	″	1	1	″	″	1	1	″	1	″	1	2	″	8	17
5e	″	″	″	2	″	2	1	″	3	″	1	″	1	″	6	16
6e	1	1	″	2	2	1	3	2	1	1	2	4	1	″	6	27
7e	″	″	″	″	″	1	″	1	″	″	″	″	″	″	3	5
8e	3	3	″	″	″	″	″	″	″	2	1	1	1	″	8	19
9e	5	1	″	1	″	″	″	2	2	2	″	7	4	2	4	30
10e	″	″	″	1	″	″	″	″	″	2	1	″	″	″	4	8
11e	1	1	6	1	2	″	2	3	2	4	2	″	1		5	30
12e	4	3	″	3	2	3	″	2	2	1	″	4	3	″	7	34
13e	1	2	1	″	3	1	1	″	2	1	1	3	″	″	8	24
14e	3	″	1	″	1	3	″	″	1	1	″	1	1	″	3	15
15e	″	″	″	″	1	″	1	2	″	1	1	3	″	″	5	14
16e	2	1	1	3	1	2	″	1	2	1	1	4	″	″	4	23
Total par mois.	21	12	10	14	12	13	9	14	15	17	10	28	14	2	71	262
	Hiver....... 43			Printemps... 39			Été........ 38			Automne..... 55						

Les deux mois de janvier et décembre en fournissent	au solstice d'hiver........	49	
Juin et juillet.................	au solstice d'été..........	22	
Mars et avril....................	à l'équinoxe du printemps.	24	
Septembre et octobre..........	à l'équinoxe d'automne...	32	
Les six mois de octobre à mars, automne et hiver, en présentent..		112	= 191
de avril à septembre, printemps et été............		79	

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Nouveau procédé d'iodage pour les planches destinées à recevoir des images photographiques.* — Lettre de M. **Gaudin**.

« Ayant obtenu, comme je l'ai dit dans une précédente communication, avec le seul concours de la lumière, et sans l'intervention de la vapeur mercurielle, des images photographiques, je fus confirmé dans la croyance que le phénomène principal était la formation d'un sous-iodure d'argent insoluble. Je tentai donc une expérience propre à trancher la question; et son succès complet a sanctionné cette théorie.

» Je me suis dit: si la lumière enlève de l'iode à l'iodure d'argent, une nouvelle exposition à la vapeur d'iode devra effacer, et au-delà, l'impression de la lumière: j'ai donc exposé pendant plusieurs minutes, aux rayons directs du soleil, une plaque iodurée jusqu'à ce qu'elle eût acquis sur l'une de ses moitiés une teinte très foncée, ayant masqué l'autre moitié avec soin; puis j'ai exposé cette plaque, ainsi modifiée, à l'action du chlorure d'iode: enfin je l'ai placée dans la chambre obscure et soumise au mercure comme d'ordinaire. J'ai ainsi obtenu une épreuve sur laquelle l'œil le plus exercé ne pouvait distinguer aucune différence entre la moitié préalablement noircie aux rayons solaires, et l'autre moitié qui avait été dérobée à cette action; on pouvait seulement voir entre elle une ligne de démarcation infiniment légère.

» En second lieu, j'ai noirci à la lumière solaire directe, comme précédemment, une plaque iodurée jaune clair; puis je l'ai remise à l'iode jusqu'à formation de la couche rouge. Cette plaque, exposée à la chambre et à la vapeur mercurielle, comme d'ordinaire, m'a donné, pour une minute, une épreuve qui, sans cette opération, eût exigé 3 ou 4 minutes; ainsi, loin d'affaiblir la sensibilité de l'iodure d'argent, l'exposition préalable à la lumière accroît cette sensibilité, pourvu toutefois qu'à la fin de l'opération on évite, comme d'habitude, tout accès de lumière. J'ai même présenté au soleil, pendant une seconde, une plaque préparée au chlorure d'iode; et, après l'avoir exposée de nouveau au chlorure d'iode, j'ai obtenu des épreuves qui indi-

quaient tout au plus une diminution de sensibilité, uniquement sans doute parce que je n'avais pu détruire, par une nouvelle exposition au chlorure d'iode, l'effet de la lumière solaire, sans augmenter beaucoup l'épaisseur de la couche et diminuer par cela seul la sensibilité.

» Ainsi il est évident qu'on pourra désormais ioder les plaques en plein jour, puisqu'à la rigueur on pourrait le faire au soleil; pourvu qu'à la fin de l'opération on opère dans l'obscurité.

» En procédant ainsi en plein jour j'ai obtenu hier, en *deux secondes*, une très belle épreuve sur nature vivante.

» L'observation attentive de la première couche d'iodure, sur papier blanc largement éclairé par la lumière du jour, est de la plus grande importance, en ce qu'elle permet de découvrir sur la plaque les moindres défauts de préparation, et de bien juger le changement de couleur amené plus tard par le chlorure d'iode.

» Les plaques préparées au chlorure d'iode sont susceptibles de donner, avec le verre *rouge*, des épreuves formées en $\frac{1}{15}$ de seconde, néanmoins ces épreuves sont presque toujours voilées, soit que le verre rouge laisse encore passer des rayons excitateurs, soit que la plaque, malgré tous mes soins, fût préalablement impressionnée. Avec le verre *jaune* le voile est encore plus prononcé, et souvent la plaque soumise à l'insolation se noircit en peu de minutes sur toute sa surface, tandis qu'avec l'ancien iodure d'argent, au bout de deux ou trois heures de soleil, les noirs sont encore intenses.

» Ayant mis à mon appareil un diaphragme présentant quatre fois moins de surface que la diaphragme à portrait, et ne laissant pénétrer la lumière que pendant $\frac{1}{4}$ de seconde, j'ai constamment obtenu, avec le verre *rouge*, des images vigoureuses, mais présentant l'aspect des épreuves *rôties au maximum*, et n'étant pas, par cette raison, présentables.

» Le verre jaune agit tellement sur l'iodage, par le procédé Claudet, que j'ai constamment, avec le temps couvert, obtenu des épreuves passables, en masquant mon objectif avec un verre *jaune;* ce qui me fait croire que les plaques ainsi préparées sont sensibles aux rayons jaunes et susceptibles, par conséquent, de donner des épreuves avec la lumière artificielle et surtout avec la flamme sidérale, qui, malgré sa grande blancheur apparente, donne à l'ombre solaire une teinte d'un jaune pur. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur l'emploi du brome dans la photographie sur plaqué; par* M. FIZEAU.

« Le chlorure, et surtout le bromure d'argent, préparés par la voie humide, étant plus impressionnables à la lumière que l'iodure, il était permis d'espérer que leur application à la photographie sur plaqué conduirait à dépasser la sensibilité déjà si grande du réactif de M. Daguerre; aussi a-t-on fait un grand nombre d'expériences dans cette direction. En Allemagne on a employé le chlorure de brome, en Angleterre le bromure d'iode, avec lequel j'avais fait de mon côté quelques essais; enfin on a présenté à l'Académie, dans sa dernière séance, les beaux résultats obtenus à l'aide d'une méthode recommandée par M. Claudet: cette fois c'est le chlorure d'iode qui a été employé, et la sensibilité de la couche impressionnable s'est accrue suffisamment pour réduire à deux minutes la durée d'exposition dans la chambre noire.

» J'avais moi même rencontré un moyen d'arriver à une sensibilité plus grande, par l'emploi du brome; mais l'annonce faite par M. Daguerre de procédés bien plus parfaits m'avait engagé à attendre leur publication. Le procédé de M. Claudet étant voisin du mien, je crois devoir indiquer la méthode dont je me sers :

» *La plaque iodurée ordinaire est exposée quelques instants à la vapeur d'une dissolution très étendue de brome dans l'eau;* la couleur de la couche sensible change peu sous l'influence du brome, de sorte qu'il faut un peu d'habitude pour apprécier le temps nécessaire à cette opération.

» La plaque ainsi bromurée jouit alors d'une grande sensibilité, et la durée d'exposition dans la chambre noire est réduite à un tiers de minute. Je parle ici de la chambre noire de M. Daguerre, à laquelle il est important de tout rapporter pour avoir des résultats comparables. En effet, la rapidité de l'opération dépend de l'intensité de la lumière, et l'intensité de la lumière au foyer d'une lentille étant donnée par la relation, $i = \frac{r^2}{d^2}$, r étant le rayon de l'ouverture et d la distance focale, on voit qu'en faisant varier ces deux quantités, on peut faire varier à volonté l'intensité. Il est vrai que deux causes, la réduction de l'image et l'aberration, empêchent d'augmenter indéfiniment cette intensité; mais cependant on a pu, à l'aide de simples modifications de construction, la faire varier suffisamment pour réduire la durée d'exposition dans la chambre noire à une ou deux minutes avec la plaque iodurée ordinaire.

» Il est inutile de dire que dans ces appareils et à l'aide des rayons continuateurs de M. Becquerel, les plaques bromurées permettront d'opérer avec une rapidité précieuse, surtout pour les portraits. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Note sur un aérolithe tombé le* 12 *juin dans les environs de Château-Renard.* — Lettre de M. **Delavaux** à M. *Warden.*

« D'après l'intérêt que je sais que vous portez à tout ce qui se rattache aux sciences, je crois vous faire plaisir en vous informant d'un phénomène qui a mis en émoi toute la population de cette ville et des environs. Samedi dernier, 12 du courant, entre une et deux heures après midi, par un temps clair et serein, et une température de 17 à 18 degrés centigrades, le ciel n'offrant aucun nuage, nous avons entendu ici et aux environs une explosion plus forte que celle d'une des plus grosses pièces d'artillerie. Personne ne pouvait se rendre compte de ce bruit extraordinaire, sur lequel on a fait mille versions plus ou moins ridicules. Je soupçonnai qu'il ne pouvait être produit que par la chute d'un aérolithe, et hier, dans mes excursions, je me convainquis de la réalité de mes conjectures. D'après divers renseignements pris dans la campagne, je me rendis au champ de la Bourgonnière, entre les fermes des Thézars et des Petits-Marteaux, près du Ru de Villargis, commune de Triguères. Là je reconnus, sur le terrain caillouteux et fort dur, deux enfoncements circulaires et hémisphériques, distants l'un de l'autre de trente pas, dont le plus grand avait 35 centimètres de largeur et l'autre 30 seulement, et présentant une profondeur de 14 à 15 centimètres. Ils étaient encore environnés d'un grand nombre de petits fragments d'aérolithe. J'en recueillis à l'instant plus d'une cinquantaine. L'important était de s'assurer de pièces plus volumineuses et incontestables : j'en trouvai une fort belle chez le nommé Pyero, laboureur de la ferme des Petits-Marteaux, et j'en fis l'acquisition.

» Ce morceau pèse plus de 3 kilogrammes, et n'est point la moitié de l'aérolithe dont il a fait partie, comme il est facile d'en juger d'après sa forme. François Bertrand, autre cultivateur à la ferme des Grands-Marteaux, en a un morceau un peu moins pesant. Mais le plus volumineux des deux aérolithes, quoique brisé aussi, est celui qui est en la possession de M. Cendré, riche propriétaire de la commune de Triguères. Le principal fragment, que j'ai pesé avec une romaine, a un poids de plus de 15 kilog. M. Cendré en a encore un fragment de près de $1^{\text{kil.}},5$; un autre, provenant du même et de $\frac{1}{2}$ kilog. environ, est entre les mains de M. Petit, maire

de la commune et avocat distingué du barreau de Montargis. Il y en a aussi beaucoup de fragments entre les mains des villageois des environs. »

M. **Cordier**, à l'occasion de cette Note, annonce que le Muséum d'Histoire naturelle a déjà pris des mesures pour avoir des renseignements sur les circonstances qui ont accompagné la chute de cet aérolithe, et pour en obtenir des fragments.

M. **Arago** rappelle que les journaux ont parlé, il y a quelques mois, de la chute d'un autre aérolithe qui aurait été observée dans les environs de Beaune, et demande s'il ne conviendrait pas de faire à ce sujet des démarches semblables à celles dont vient de parler M. Cordier. Un employé du télégraphe a, dit-on, recueilli des fragments de cette pierre météorique, et pourrait probablement mettre sur la voie pour des recherches ultérieures.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un météore observé à Angers, le 9 juin.* — Lettre de M. **Morren** à M. *Arago*.

« J'ai lu dans plusieurs journaux qu'un météore lumineux assez remarquable avait été vu dans différentes localités, le 9 juin vers huit heures du soir; je crois donc devoir vous envoyer quelques renseignements sur le même objet, persuadé que si vous recevez d'ailleurs quelques détails précis, il sera facile d'établir l'identité du météore aperçu, à la même heure, dans différents lieux, et de calculer assez exactement la hauteur à laquelle il se mouvait au-dessus de la surface de la terre.

» Sa marche n'était pas rapide; ainsi qu'on l'a dit, il avait l'air d'une grosse étoile, laissant après lui une traînée lumineuse; pour tous les observateurs qui l'ont aperçu à Angers, il se mouvait de l'est à l'ouest et dans la moitié sud du ciel. Comme ce météore, dont la course semblait parallèle à l'horizon, a (pour quelques observateurs) rasé le sommet d'une allée d'arbres d'une direction à peu près semblable à la sienne, j'ai pu mesurer assez exactement la hauteur au-dessus de l'horizon, du point trajectoire qui m'a semblé le plus voisin de l'observateur.

» Cette hauteur est comprise entre 46 et 47° (division nonagésimale). Il a sensiblement conservé le même éclat pendant toute sa marche, dont la vitesse a paru régulière, et qui n'a été accompagnée d'aucun bruit. »

M. **Ledeux**, médecin des eaux thermales de Bagnoles (Orne), adresse

également à M. Arago quelques renseignements sur le même météore observé à Bagnoles et dans un village voisin.

M. **Blanchard** adresse une Note sur un moyen de communications rapides qu'il croit à tort nouveau, et qui consiste à employer la pression atmosphérique pour faire marcher, dans l'intérieur d'un conduit, la boîte contenant les dépêches.

MÉTÉOROLOGIE. — M. **Arago** dépose sur le bureau, deux nouveaux tableaux d'observations météorologiques faites en Sibérie, dans les établissements de M. *Démidoff.*

M. **Boucherie** adresse un paquet cacheté.

L'Académie en accepte le dépôt. A.

(*Pièces de la séance du 21 juin.*)

M. le **Ministre des Travaux publics** transmet un exemplaire de l'ouvrage de M. *Surell* intitulé : *Études sur les torrents des Hautes-Alpes.*

MÉTALLURGIE. — *Emploi de la chaleur perdue des hauts-fourneaux pour l'affinage de la fonte; Note de* MM. **d'Andelarre** *et* **de Lisa**, propriétaires des forges de Tréveray; **Thomas** *et* **Laurens**, ingénieurs civils.

« Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie du fer obtenu, en travail régulier, au moyen d'un nouveau four à puddler uniquement chauffé par les gaz du gueulard d'un haut-fourneau au charbon de bois. Ce four, dont nous avons combiné entre nous les dispositions, peut affiner 3000 kilogrammes de fonte par jour, quantité plus grande que celle produite par le haut-fourneau lui-même; ce résultat montre que la chaleur perdue d'un haut-fourneau suffit pour transformer en fer en barre toute la fonte qui en provient. Le fer obtenu jouit des mêmes propriétés que celui fabriqué anciennement à l'usine de Tréveray par le four d'affinerie au charbon de bois.

» L'idée d'appliquer la chaleur perdue des hauts-fourneaux à l'affinage de la fonte n'est pas nouvelle; mais jusqu'à présent, à notre connaissance, cette idée n'a pas donné naissance à un procédé industriel : nous aurons

l'honneur d'envoyer bientôt à l'Académie une Note sur les moyens que nous avons employés, dans laquelle nous parlerons des travaux et essais qui ont précédé les nôtres. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles recherches sur les combinaisons de la naphtaline : conséquences qui s'en déduisent relativement à la théorie des acides bibasiques, et sur l'état dans lequel se trouve l'azote dans les corps nitrogénés.* — Lettre de M. **A. Laurent**.

« En poursuivant mes recherches sur l'isomorphisme des substances organiques, j'ai découvert de nouveaux faits qui me paraissent dignes d'être présentés à l'Académie. Je crois avoir résolu en partie les deux questions suivantes :

» Existe-t-il des acides bibasiques? ou plutôt, lorsque l'équivalent d'un acide renferme des demi-équivalents d'un corps simple, faut-il doubler l'équivalent de l'acide pour le rendre bibasique?

» Lorsqu'une substance organique, soumise à l'influence de l'acide nitrique, forme, avec l'oxigène de ce dernier, un équivalent d'eau, le reste des éléments de l'acide nitrique (Az^2O^4) entre-t-il dans le nouveau composé à l'état d'acide nitreux, ou d'acide hyponitrique, ou bien les éléments y sont-ils répartis d'une manière quelconque?

» En faisant bouillir l'acide nitrique avec la naphtaline, j'ai découvert (outre les 5 combinaisons nitrogénées que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie l'année dernière) deux nouveaux composés: l'acide naphtalique et l'acide nitronaphtalique.

La formule du premier est.... $C^{16}H^4O^3 + H^2O$,
Celle du second est......... $C^{32}H^6Az^2O^{10} + 2H^2O$.

On voit qu'en dédoublant celle de ce dernier, on peut le considérer comme de l'acide naphtalique dont un demi-équivalent d'hydrogène a été remplacé par un demi-équivalent d'acide hypoazotique :

$$C^{16}H^3(AzO^2)O^3 + H^2O.$$

Formulé de cette manière, l'acide nitro-naphtalique renfermerait des demi-équivalents d'hydrogène et d'azote. Pour éviter cette difficulté, il suffisait (en suivant l'usage ordinaire) de rendre l'acide bibasique. Or, en distillant ces deux composés, j'ai obtenu les deux acides anhydres et sublimés

sous la forme de belles aiguilles à base rhombe et dont les angles sont exactement de 58° et de 122°. Puisque ces deux acides sont isomorphes, il faut donc les formuler de même et admettre que l'acide nitro-naphtalique est monobasique; ou bien il faut faire de l'acide naphtalique un acide bibasique. L'isomorphisme de ces deux acides vient confirmer les idées que j'ai émises dans mes deux derniers Mémoires sur l'état dans lequel se trouve l'azote dans les corps nitrogénés, car voilà le quatrième exemple d'isomorphisme que j'ai découvert entre l'hydrogène et l'acide hypoazotique.

» Jusqu'à présent on n'a pu démontrer chimiquement la présence de l'acide hypoazotique dans les composés nitrogénés (acides nitropicrique, nitrophénésique, etc.). En distillant l'acide nitronaphtalique un peu brusquement, il s'est décomposé en dégageant des vapeurs très abondantes d'acide hypoazotique; je crois donc que l'on ne peut plus conserver de doute: les propriétés chimiques et physiques s'accordent pour démontrer l'existence de cet acide dans les composés nitrogénés.

» J'ai découvert un nouvel exemple d'isomorphisme entre l'hydrogène et l'ammonium, dans les deux composés suivants:

Acide nitronaphtalique.................. $C^{16}H^3(AzO^2)O^3 + H^2O$,
Nitronaphtalate d'ammonium.......... $C^{16}H^3(Az^2O)O^3 + AmO$.

» J'ai admis autrefois l'existence d'un corps hypothétique que j'ai nommé *Imide* (HAz), en supposant qu'il pouvait remplacer l'oxigène dans quelques combinaisons. Cette hypothèse se change en certitude en examinant le fait suivant: le naphtalate d'ammoniaque donne, par la distillation, de la naphtalimide, dont la formule peut se représenter par

$$C^{16}H^4O^2(HAz);$$

comparant à l'acide anhydre,

$$C^{16}H^4O^2O,$$

on voit que la naphtalimide pourrait être regardée comme de l'acide naphtalique anhydre dont 1 équivalent d'oxigène serait remplacé par l'imide HAz. Après bien des tentatives infructueuses, je suis parvenu à préparer des cristaux de naphtalimide parfaitement nets, et j'ai vu que cette substance était isomorphe avec les deux acides naphtalique et nitronaphtalique anhydres.

» Qu'il me soit permis d'ajouter à cette Note la composition de quelques

nouveaux corps qui doivent servir à compléter des Mémoires que j'ai eu l'honneur de présenter l'année dernière à l'Académie.

» L'acide lipique, que j'ai obtenu en faisant bouillir l'acide nitrique avec l'acide oléique, a pour formule

$$C^{10}H^{4}O^{3} + 2H^{2}O.$$

Celle de l'acide sublimé se représente par

$$C^{10}H^{4}O^{3} + H^{2}O,$$

et celle de l'acide dans les sels est

$$C^{10}H^{4}O^{3}.$$

» J'ai analysé de nouveau la cinnhydramide, à l'aide des dernières méthodes; je n'y ai pas trouvé d'oxigène; sa composition est analogue à celle de la benzhydramide, et peut se représenter par la formule suivante :

$$C^{36}H^{14}Az^{\frac{4}{3}} + H^{2},$$

c'est-à-dire par l'essence de cannelle, dont les 2 atomes d'oxigène sont remplacés par 2 équivalents d'azote ou $Az^{\frac{4}{3}}$.

» Parmi les composés qui se forment en faisant réagir l'ammoniaque sur le benzoïle, j'ai découvert un corps dont la composition peut se représenter par du benzoïle dont 1 équivalent d'oxigène serait remplacé par 1 équivalent d'azote, c'est-à-dire par

$$C^{28}H^{10}OAz^{\frac{2}{3}}. »$$

M. Guyon adresse une Note sur les restes d'éléphant qui ont été trouvés à diverses époques dans le nord de l'Afrique, et en particulier sur deux fragments découverts récemment à Philippeville. Ces fragments, qui consistent dans deux portions du condyle d'un fémur du côté droit, ont été trouvés dans l'enceinte même de la ville, à une profondeur d'environ 30 pieds, avec une multitude de morceaux de poterie et de débris antiques.

M. Boutigny écrit relativement à de nouveaux faits qu'il a observés en poursuivant l'étude des phénomènes qu'il nomme phénomènes de *caléfaction*.

Mémorial. — Revue encyclopédique; mai 1841, in-8°.

Revue progressive d'Agriculture, de Jardinage, d'Économie rurale et domestique; juin 1841, in-8°.

Extrait d'une nouvelle théorie de l'Univers; 1re partie, chap. VII; *par* M. Auburtin, de Sainte-Barbe; in-8°.

Des eaux courantes dans les fleuves et rivières; par M. Laignel; in-8°.

Turbine Passot. — Procès de Besançon (deux Lettres); par M. Passot. (Extrait du *Moniteur industriel* et de l'*Écho des Halles et Marchés.*) In-fol.

Paléontologie française; par M. Alcide d'Orbigny; 22e liv., in-8°.

Journal des Connaissances médicales pratiques et de Pharmacologie; juin 1841, in-8°.

Le Technologiste; juin 1841, in-8°.

Enumeratio plantarum omnium huc usque cognitarum secundum familias naturales disposita, adjectis characteribus, differentiis et synonymis; auctore C.-S. Kunch; Stuttgardt, 1841, in-8°.

Proceedings... *Procès-Verbaux de la Société royale de Londres;* n° 47; in-8°.

Report... *Rapport sur les Observations enregistrées par l'Anémométrographe durant les années* 1837 *à* 1840; *par* M. Follet-Ossler; Londres, 1841, in-8°. (Extrait du Rapport fait à l'*Association britannique pour l'avancement des Sciences.*)

The London... *Journal de Sciences et Magasin philosophique de Londres, Edimbourg et Dublin;* juin 1841, in-8°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. Schumacher; n° 427, in-4°.

Bericht über... *Analyse des Mémoires lus à l'Académie des Sciences de Berlin, et destinés à la publication;* janvier, mars et avril 1841; in-8°.

Geographische... *Analyse géographique de la carte de l'Asie intérieure; par* M. C. Zimmermann; vol. Ier, in-4°, avec 5 planches.

Ertwurf... *Carte du théâtre de la guerre entre la Russie et l'état de Khiva; par* le même; Berlin, 1840, une feuille.

Verzeichniss.. *Cartes célestes publiées sous les auspices de l'Académie royale de Berlin, heures* 17 et 19; *avec le Catalogue des étoiles observées dans cette partie du ciel.*

Note de M. le Chevalier de Paravey, *insérée dans le Journal asia-*

tique, et relative à un passage d'El-Bakoui sur les migrations des anciens Arabes vers la Chine; in-8°, $\frac{1}{4}$ de feuille.

Gazette médicale de Paris; tome IX, n° 25, in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n° 73—75.

L'Expérience, journal de Médecine; n° 207, in-8°.

La France industrielle; 8e année, n° 24.